NOTA SOBRE LA INTERPOLACION LINEAL EN LAS TABLAS DE ENTRADA SIMPLE O MULTIPLE

Se entenderá por interpolación *lineal* [1] en una tabla de entrada n—uple aquella que no toma en cuenta más que 2^n valores tabulados. Supóngase, para simplificar la exposición, que los valores tabulados de la función correspondan a los valores *enteros* de la función, y tómese el intervalo entre cada par de valores consecutivos del argumento igual a la unidad. Con ésto no se pierde la generalidad, ya que, por ejemplo, en las tablas ordinarias de los logaritmos de los números los valores del argumento siempre pueden considerarse como enteros consecutivos, pues la selección de la carácteristica queda a disposición del lector; y en las tablas de las funciones trigonométricas (naturales o logaritmicas) se puede tomar por unidad del angulo ya un grado, ya un minuto, ya una decena de segundos, según el caso. Sea ahora $x = Ex + Qx$, donde los operadores Ex y Qx significan respectivamente la parte entera de x y su parte fraccionaria (quebrada). El método más corriente de la interpolación lineal (método de las *partes proporcionales*), si se designa por $f(x)$ la función tabulada para los valores enteros de x, se basa en la fórmula:

$$(1) \quad f(x) = f(Ex) + Qx\,[f(Ex+1) - f(Ex)]$$

donde $f(Ex + 1) - f(Ex)$ es la diferencia tabular. La interpolación lineal se facilita en muchas ediciones por medio de pequeñas tablas auxiliares de las partes proporcionales. Si en (1) se suprime el corchete y se reordenan los términos, se tiene

$$(2) \quad f(x) = (1 - Qx)\ f(Ex) + Qx \,.\, f(Ex+1).$$

A veces esta fórmula es más cómoda para los fines del cálculo que (1), especalmente si no se dispone de las tablas auxiliares de multiplicación por medio de las partes proporcionales, y ofrece además la ventaja de poder generalizarse más directamente a las tablas de múltiple entrada. V. gr., para las tablas de doble entrada se tiene:

$$(3) \quad f(x;y) = (1-Qx)\ (1-Qy)\ f\ (Ex;Ey) + \\ + Qx(1-Qy) f(Ex+1;Ey) + (1-Qx)\ Qy\ .\ f(Ex;Ey+1) \\ + Qx\ .\ Qy\ f(Ex+1;Ey+1);$$

y para las de triple entrada.

$$\begin{aligned} f(x;y;z) = {} & (1-Qx)\ (1-Qy)\ (1-Qz)\ f\ (Ex;Ey;Ez) + \\ & + Qx((1-Qy)\ (1-Qz)\ f(Ex+1;Ey;Ez) + \\ & + (1-Qx)\ Qy\ (1-Qz)\ f(Ex;Ey+1;Ez) + \\ (4) \qquad & + (1-Qx)\ (1-Qy)\ .\ Qz\ .\ f(Ex;Ey;Ez+1) + \\ & + (1-Qx)\ Qy\ .\ Qz\ .\ f(Ex;Ey+1;Ez+1) + \\ & + Qx(1-Qy)\ Qz\ .\ f(Ex+1;Ey;Ez+1) + \\ & + Qx\ .\ Qy\ (1-Qz)\ f(Ex+1;Ey+1;Ez) + \\ & + Qx\ .\ Qy\ .\ Qz \cdot f(Ex+1;Ey+1;Ez+1), \end{aligned}$$

y así sucesivamente para un número mayor de dimensiones.

Ejemplo I. *Tabla de doble entrada.* Sea de cubicar un árbol en pie situado en la selva tropófita de los Llanos Occidentales entre 0 y 300 metros de altitud, cuyo diámetro a la altura del pecho sea igual a 62,2 cm., y la altura comercial a 11,7 metros. En las tablas (2) se observa que el intervalo entre los valores sucesivos del diámetro es igual a 2 cm., de modo que hay que tomar $y = 31{,}1$, lo que da $Ex = 11$; $Qx = 0{,}7$; $Ey = 31$; $Qy = 0{,}1$. Encontramos $f(Ex;Ey) = 2{,}05\ m^3$; $f(Ex+1;Ey) = 2{,}19$; $f(Ex;Ey+1) = 2{,}19$; $f(Ex+1;Ey+1) = 2{,}34$, de modo que el cálculo se dispone de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} (1-Qx)\ (1-Qy)\ f(Ex;Ey) &= 0{,}3 \cdot 0{,}9\ .\ 2{,}05 = 0{,}5535 \\ (1-Qx)\ Qy\ .\ f(Ex;Ey+1) &= 0{,}3\ .\ 0{,}1\ .\ 2{,}19 = 0{,}0657 \\ Qx\ (1-Qy)\ f(Ex+1;\ Ey) &= 0{,}7\ .\ 0{,}9 \cdot 2{,}19 = 1{,}3797 \\ Qx\ .\ Qy \cdot f(Ex+1;\ Ey+1) &= 0{,}7\ .\ 0{,}1 \cdot 2{,}34 = 0{,}1638 \end{aligned}$$

TOTAL 2,1627

y redondeando este resultado a 2 decimales, como es necesario, vemos que el volumen del árbol pedido es de 2,16 m^3.

Ejemplo II. *Tabla de triple entrada.* Sea de resolver la ecuación $x^5 = 9{,}2x^3 + 5{,}6x^2 + 8{,}25x + 1$ por medio de las tablas destinadas para la resolución de las ecuaciones de la forma $x^5 = px^3 + qx^2 + rx + 1$ para los valores enteros de *p*, *q*, y *r*. [3] Aquí se tiene $p = 9{,}2$; $q = 5{,}6$; $r = 8{,}25$, de modo que $Ep = 9$; $Eq = 5$; $Er = 8$; $Qp = 0{,}2$; $Qp = 0{,}6$; $Qr = 0{,}25$, y la aplicación directa de la fórmula (4) da:

$$0{,}8 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}75 \cdot 3{,}35125 = 0{,}8043000$$
$$0{,}8 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}25 \cdot 3{,}36288 = 0{,}2690304$$
$$0{,}8 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}75 \cdot 3{,}38995 = 1{,}2203820$$
$$0{,}8 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}25 \cdot 3{,}40111 = 0{,}4081332$$
$$0{,}2 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}75 \cdot 3{,}48138 = 0{,}2088828$$
$$0{,}2 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}25 \cdot 3{,}49191 = 0{,}0698382$$
$$0{,}2 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}75 \cdot 3{,}51782 = 0{,}3166038$$
$$0{,}2 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}25 \cdot 3{,}52797 = 0{,}1058391$$

TOTAL 3,4030075

Luego dentro de las 5 decimales $x = 3{,}40301$, respuesta sólo correcta en cuanto valen las hipótesis de la interpolación lineal, pero que de todos modos puede servir de base a la iteración o a la Régula Falsi.

En muchos casos el cálculo puede simplificarse todavía más, descartando la parte entera y aún algunas cifras decimales, si éstas son comunes a todos los valores tabulados entre los que se efectúa la interpolación. En el ejemplo anterior sólo habría podido suprimir la parte entera; pero vamos a ilustrar este método por medio de otro ejemplo.

Ejemplo III. *Tabla de simple entrada.* Si de cada 100.000 merideños sólo 94.776 llegan a la edad de 23 años, y 94.157 a la de 24 años, ¿Cuántas personas alcanzan la edad de 23 años y 7 meses, suponiendo la mortalidad repartida uniformemente durante el año de vida? [4]

Aquí el número de millares es común a f(23) y a f(24) de modo que se puede descartarlos y poner f(23) = 776; f(24) = 157, lo que no deja de aliviar la técnica del cálculo. Por cuanto se tiene

$Qx = \dfrac{7}{12}$, el cálculo se dispone de la manera siguiente:

$$(1 - Qx)\ f(Ex) = \frac{5}{12} . 776 = 323$$

$$Qx\ .\ f(Ex + 1) = \frac{7}{12} \cdot 157 = 92$$

$$\text{TOTAL} \qquad \overline{415}$$

Añadiendole a esta suma al término constante 94.000, obtenemos la respuesta que el número de las personas que alcanzan la edad de 23 años y 7 meses es igual a 94.415.

FUENTES

1) L. FOX: *The Use and Construction of Mathematical Tables*, London 1956.
2) J. P. VEILLON: *Tablas de cubicación para árboles en pie en dos tipos de bosques venezolanos* - Universidad de Los Andes. - Boletín de la Facultad de Ciencias Forestales. - N° 12 - Mérida 1956.
3) *Tablas para la resolución de las ecuaciones de quinto grado.* - Boletín de la Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales. - N° 41 - Ca racas 1950.
4) C. H. RAMIREZ: *Construcción de una tabla de mortalidad para el Estado Mérida a base de los datos del censo de 1950* - (Trabajo especial presentado a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes). - Mérida 1958.