

La entropía aproximada como una nueva metodología para la detección de eventos dentro de un sistema dinámico híbrido

The approximate entropy as a new methodology for the detection of events inside a hybrid dynamic system

Mendoza, José^{*1}; Colina, Eliezer²; Chacón, Edgar²

¹Escuela de Ciencias, Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre
Av. Universidad, Cerro Colorado, Cumaná, Venezuela

²Departamento de Sistemas de Control, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes
Mérida 5101, Venezuela
*jamendoza@udo.edu.ve

Resumen

La ocurrencia de eventos dentro de un Sistema Dinámico Híbrido (SDH) puede deberse a muchas causas. También, tales eventos pueden ser controlables o no controlables (deseados o no deseados), que a su vez podrían causar desequilibrios y/o desorden en el sistema, conllevándolo a fallas catastróficas. Así, la observación de los eventos generados en un sistema dinámico es de suma importancia; sin embargo, el problema radica en su detección, ya que no existe un método fiable para detectarlos. Por todo lo expuesto, este trabajo tiene como objetivo principal estudiar y aplicar un innovador enfoque para detectar ciertos eventos (como fallas, arrancadas y/o paradas de planta, cambios de consignas, etc.) en un SDH. Este enfoque se basa en el cálculo de la Entropía Aproximada del sistema (ApEn). ApEn y sus usos potenciales son ilustrados computacionalmente, por medio del Matlab® usando como ejemplo de estudio un convertidor Boost.

Palabras clave: Entropía aproximada, eventos, sistemas dinámicos híbridos, autómatas híbridos, convertidor Boost.

Abstract

The occurrence of events within hybrid dynamic system (HyDS) may be due to many causes. Also, such events may be controllable or uncontrollable (wanted or unwanted), which in turn could cause imbalances and / or disorder in the system, leading to catastrophic failure. Therefore, the observation of all events generated in the system is paramount, but the problem is to detect, since there is no reliable method to detect them. For these reasons, this paper's main objective is to study and apply an innovative method to detect certain events (such as faults, start and/or shutdowns of plant, setpoints changes, among other) in a HyDS. This approach is based on the calculation of an Approximate Entropy value of the system, and its potential uses are illustrated computationally by means of Matlab® using as case of study a Boost converter.

Key words: Approximate entropy, events, hybrid dynamic system, automata hybrid, Boost converter.

1 Introducción

Un Sistema Dinámico Híbrido (SDH) es un sistema donde, generalmente, interactúan dinámicas discretas y dinámicas continuas (Lygeros, 1996). Por lo tanto, una forma de controlar eficientemente este tipo de sistema es detectando todos los eventos generados dentro de él. Es por esto, que este trabajo está enfocado en desarrollar e implementar una nueva metodología basada en un algoritmo matemático conocido como la Entropía Aproximada (ApEn, en sus siglas en inglés); esta entropía aproximada, publicado por Pincus en 1991 (Pincus, 1991) permite el cálculo rápido de

la regularidad de una serie temporal de datos no lineales; también permite cuantificar las predicciones de señales o valores sucesivos de una serie temporal de datos basado en el conocimiento de valores previos. Por eso aquí, se utilizará la ApEn para tratar de detectar los eventos generados en un sistema de estructura variable, que es una clase de SDH.

El ejemplo de aplicación analizado es el circuito convertidor elevador de potencia CD-CD, este circuito es un dispositivo electrónico que permite elevar la intensidad de corriente continua a un valor deseado, también es conocido como circuito convertidor de corriente directa a corriente directa CD-CD o simplemente convertidor Boost ("eleva-

dor”) (Biel-Solé, 1999). Este convertidor tiene una naturaleza híbrida compleja ya que es regulado por un conmutador (Hejri & Mokhtari, 2009). Esta naturaleza híbrida es debido al hecho de que el convertidor Boost se comporta como un sistema de estructura variable, y puede regularse a través de un control de modo deslizante (Ramírez et al., 2005; Zhao & Utkin, 1995).

Ahora bien, el convertidor Boost manejado como un sistema de estructura variable y regulado por un control de modo deslizante pueden verse como una planta híbrida. Sin embargo, diseñar un control supervisor para esta planta híbrida no es un trabajo fácil, ya que se necesita detectar e identificar todos los eventos que ocurren en la planta. Por esto, este trabajo utilizará a la entropía aproximada, ApEn, como una nueva técnica que permitirá detectar cualquier evento (por ejemplo: fallas, arrancadas y/o paradas de planta, cambios de consignas, etc.) que se generan en un SDH.

El compendio de este trabajo es el siguiente: en la Sección 2 se define a un autómata híbrido como una clase de SDH. En la Sección 3 se explica brevemente el concepto de entropía aproximada y se da su algoritmo. En la Sección 4 se da como ejemplo de un SDH a un convertidor Boost estudiado como un sistema de estructura variable y se controla por modo deslizante. Por último, en la Sección 5 se explica tanto el modelo del convertidor Boost como su controlador en modo deslizante a través de un autómata híbrido, también se representa la planta híbrida y se analiza el control supervisor, en esta parte se usa como detector de eventos la ApEn.

2 Sistemas dinámicos híbridos

Un SDH, también, puede pensarse como un sistema donde se combinan dinámicas de eventos discretos o dinámicas de modos conmutados con dinámicas continuas; aquí, el espacio de estado de las dinámicas continuas pueden tomar valores sobre un conjunto de números reales o, particularmente, de un conjunto de números enteros, y su evolución puede ser en tiempo continuo o en tiempo discreto. La dinámica continua puede representarse por medio de ecuaciones diferenciales ordinarias o ecuaciones en diferencias, y la dinámica discreta puede modelarse por medios de redes de Petri, autómatas, etc. (Antsaklis & Koutsoukos, 2003).

2.1 Representación de un SDH

Una manera de representar un SDH es utilizando los autómatas híbridos (AH), ya que puede verse como una relación de máquinas de estados finitos y ecuaciones diferenciales o en diferencias (dependiendo si se utiliza el formalismo de tiempo continuo o de tiempo discreto) (Lygeros, 1996).

El AH propuesto por Lygeros (Lygeros, 2003) permite modelar a los estados discretos como nodos de un grafo, cada nodo del grafo se registran las actividades continuas

generadas por las variables analógicas (tales como temperatura, presión, distancia, etc.). Las aristas del grafo representan la transición entre modos que puede modelarse sincronizando los eventos que generan las variables compartidas en cada proceso involucrado (Henzinger & Wong-Toi, 1996). Entonces, la definición de un AH es la siguiente.

Definición 1. (Autómata híbrido). Un AH es un sistema representado por la n-tupla:

$$H = \langle Q, X, U, Y, Init, f, h, Inv, E, G, R \rangle \quad (1)$$

Donde

- $Q = \{q_1, \dots, q_n\}$ es el conjunto finito de estados discretos o modos;
- X es el espacio de estado continuo del AH donde las variables del estado continuo x toman sus valores;
- U es la colección de variables de entrada. Se asume que $U = UD \cup UC$, aquí UD contiene las variables discretas y UC contiene las variables continuas;
- Y es la colección de variables de salida. Se asume que $Y = YD \cup YC$, en el que YD contiene las variables discretas y YC contiene las variables continuas;
- $Init \subseteq Q \times X$ es el conjunto de estados iniciales;
- $f = Q \times X \times U \rightarrow \mathfrak{R}^n$ es el campo vectorial;
- $h = Q \times X \rightarrow Y$ es el mapa de salida (note: U no es el dominio de h);
- $Inv: Q \rightarrow 2^{X \times U}$ describe las invariantes. Cuando el sistema esté en el modo q , el estado continuo x debe satisfacer a $x \in Inv(q)$. El subconjunto $Inv(q)$ para $q \in Q$ es llamado la invariante del modo q ;
- $E \subseteq Q \times Q$ es el conjunto finito de bordes llamado transiciones (o eventos);
- $G: E \rightarrow 2^{X \times U}$ es la condición de guarda; es decir, asigna a cada $e = (q, q') \in E$ una guarda; y $R: E \times X \times U \rightarrow 2^X$ es el mapa de reinicio de estado; es decir, asigna a cada $e = (q, q') \in E$, $x \in X$ y $u \in U$ una relación de reinicio.

Note que la condición de guarda G es dada para cada modo de un subconjunto de X . Las variables de estado del AH, es decir del SDH, son dadas por $(q, x) \in Q \times X$. En otras palabras, el estado del AH consiste de una parte discreta $q \in Q$ y una parte continua en X .

Se puede asumir que $f(q, x, u)$ y $h(q, x)$ son continuos globalmente Lipschitz en x y $f(q, x, u)$ es continuo en u (esto es una restricción de UC , que satisface trivialmente a UD). También, se puede tomar a $f(x, u)$ y $h(x)$ en vez de $f(q, x, v)$ y $h(q, x)$, respectivamente.

Por ejemplo, la Fig. 1 muestra un SDH modelado como un AH de tres modos. Cada nodo del grafo representa un modo, cada modo tiene sus propias leyes dinámicas que lo caracterizan y que puede representarse por un sistema de ecuaciones diferenciales (o en diferencias). Las flechas indican las posibles transiciones discretas que pueden indicar un cambio o no de modo. Las transiciones entre los modos

pueden ser generadas por variables que cruzan ciertos límites claramente especificados (eventos de estados) y/o por el transcurso de cierto período de tiempo (eventos de tiempos) debido a los invariantes y a las guardas. Cuando hay un cambio de modo pueden ocurrir discontinuidades en las variables de tiempo continuos debido al mapeo de reinicio. También, es posible extender este formalismo incluyendo entradas externas (eventos de entradas) que se activan entre un cambio de modo (véase el trabajo de Branicky (Branicky, 1998)). En este tipo de modelo una de las principales dificultades es la detección de los eventos internos, por lo tanto, en este trabajo se propone un nuevo método para detectar estos eventos, este método se describirá en la Sección 3.

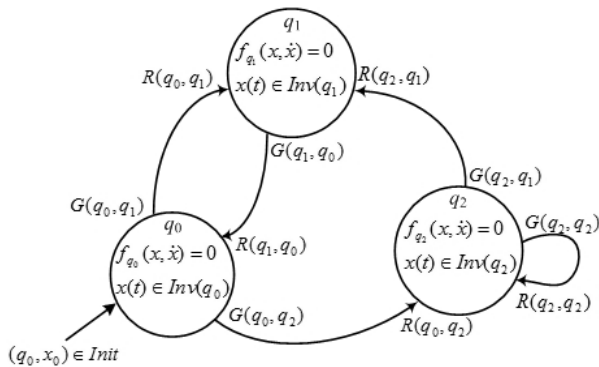


Fig. 1. Autómata híbrido

2.2 Sistema de estructura variable

Un sistema de estructura variable es una clase de SDH generalmente con dos estados discretos o modos que tienen diferentes actividades. Para explicar esto, se puede considerar un sistema de control definido por $\dot{x} = f(x(t), u(t))$, donde $u(t)$ es la variable de control. Se emplea un esquema de control conmutado con dos leyes de realimentación de estado, es decir, cuando la variable de salida $y(t)$ definida por $y(t) = h(x(t))$ es positiva entonces la variable de control es $u(t) = \phi_1(x(t))$ y cuando $y(t)$ es negativa entonces $u(t) = \phi_2(x(t))$. Escribiendo $f_i(x) = f(x, \phi_i(x))$ para $i = 1, 2$, se obtiene el sistema dinámico siguiente

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f_1(x(t)) = f(x, \phi_1(x)) \quad \text{si } h(x) \geq 0 \\ \dot{x}(t) &= f_2(x(t)) = f(x, \phi_2(x)) \quad \text{si } h(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

La relación (2) es conocida como un sistema de estructura variable (van der Schaft & Schumacher, 2000; Sira-Ramírez, 1988). La interpretación precisa de la relación (2), podría decirse que es un principio ambiguo ya que no hay un requerimiento de que $f_1(x) = f_2(x)$ cuando $h(x) = 0$.

Las expresiones $h(x) \geq 0$ y $h(x) \leq 0$ pueden servir como invariantes de los modos en un AH. Sin embargo, un

problema específico en esta clase de SDH es definir las trayectorias completas del sistema, empezando desde las condiciones iniciales sobre la superficie $h(x) = 0$. Ya que, el campo vectorial $f(x)$ definido por $f(x) := f_1(x)$ para $h(x) > 0$ y $f(x) := f_2(x)$ para $h(x) < 0$ es en general discontinuo en la superficie de conmutación $h(x) = 0$. Entonces, las teorías clásicas de existencia y de unicidad de las soluciones de las ecuaciones diferenciales no son aplicables, y por lo tanto es fácil encontrar problemas que exhiban múltiples soluciones para un estado continuo x . Además, no se puede esperar que la trayectoria del estado $x(t)$ sea diferenciable en los puntos donde la superficie de conmutación se cruzan, igualmente se podría requerir que las soluciones satisfagan (2) para todo t . Una vía posible de reemplazar la ecuación (2) es a través de la integral

$$x(t) = x(0) + \int f(x(s)) ds \quad (3)$$

que no requiere que la trayectoria $x(\cdot)$ sea diferenciable. Una solución de (3) es llamado una solución de (2) en el sentido de Carathéodory (Carathéodory, 2004). La interpretación (3) también obvia la necesidad de especificar el valor f sobre la superficie $\{x|h(x) = 0\}$, al menos para el caso donde las soluciones alcanzan a esta superficie desde un lado y parten inmediatamente hacia el otro lado.

En particular, se tratarán sistemas no lineales, descritos en el espacio de estado de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (4)$$

donde $x \in \mathfrak{R}^n$, $u \in \{0, 1\}$, $y \in \mathfrak{R}$. Las funciones $f(x)$ y $g(x)$ representan campos vectoriales suaves, es decir, infinitamente diferenciables. La función $h(x)$ es una función escalar que toma valores en \mathfrak{R} . Aquí, x es el vector de estado del sistema, u es la entrada o la variable de control y la variable y es la salida del sistema (Sira-Ramírez et al., 2005). La característica principal del sistema estudiado aquí es la naturaleza binaria de la variable de control, $u \in \{0, 1\}$. En decir, para $u = 0$, se tiene $\dot{x} = f(x)$ y para $u = 1$, la dinámica del sistema es dada por $\dot{x} = f(x) + g(x)$.

3 Entropía aproximada, ApEn

La entropía aproximada (ApEn) fue desarrollada por Pincus en 1991 (Pincus, 1991) como una medida de la complejidad de los sistemas caóticos, basada en el cálculo rápido de la aleatoriedad de una serie temporal de datos no lineales; también la utilizó para predecir señales o valores sucesivos de datos basado en el conocimiento de valores previos. Específicamente, ApEn mide la probabilidad logarítmica que una serie de datos separados una cierta distancia

podrían exhibir características relativamente similares en comparación al próximo incremento en el espacio de estado (Pincus & Goldberger, 1994).

El valor de la ApEn depende del número de muestras de la serie y el número de valores previos usados para determinar el próximo valor (Bruhn et al., 2000). La definición matemática de ApEn se describe en gran detalle en los trabajos de Pincus (Pincus, 1991) y Pincus & Kalman (Pincus and Kalman, 1997). Ahora bien, se presenta una versión compuesta de esta definición, esta ha sido adaptada para este trabajo. Entonces, se puede calcular ApEn (mejor identificado como $ApEn(m, r, N)$) con el siguiente algoritmo (Moody, 2006):

1. Si se tienen N muestras correspondientes a una serie de datos de entradas $u(n) = u(1), u(2), \dots$, se deben incorporar dos parámetros de entradas, m y r . El parámetro de entrada m es la longitud de la muestra de datos y r es la tolerancia.
2. Se crean los vectores $x(1) \dots x(N-m+1)$, con: $x(i) = [u(i), u(i+1), \dots, u(i+m-1)]$, $1 \leq i \leq N-m+1$. Estos vectores representan m valores consecutivos de u , empezando en el punto i -ésimo.
3. Se define la distancia entre $x(i)$ y $x(j)$ como el máximo del valor absoluto de la diferencia entre las componentes de los vectores:

$$d[x(i), x(j)] = \max_{k=1, \dots, m} |u(i+k) - u(j+k)| \quad (5)$$

4. Para un $x(i)$ dado, sea $N_m(i)$ el número de $j(1 \leq j \leq N-m+1)$ tales que $d[x(i), x(j)] \leq r$. Entonces, para $1 \leq i \leq N-m+1$,

$$C_r^m(i) = \frac{N_m(i)}{N-m+1} \quad (6)$$

Los valores de $C_r^m(i)$ miden la regularidad, o frecuencia, de valores similares a uno dado de longitud m dentro de la tolerancia r .

5. Se calcula el logaritmo natural de cada $C_r^m(i)$ y se promedia para i :

$$\Phi^m(r) = \frac{1}{N-m+1} \sum_{i=1}^{N-m+1} \ln C_r^m(i) \quad (7)$$

6. Se aumenta la dimensión a $m+1$ y se repite lo anterior para obtener $C_r^{m+1}(i)$ y $\Phi^{m+1}(r)$.

7. Teóricamente, la $ApEn$ se define como:

$$ApEn(m, r) = \lim_{N \rightarrow \infty} |\Phi^m(r) - \Phi^{m+1}(r)| \quad (8)$$

Sin embargo, en las aplicaciones prácticas el número de datos N es finito. Por lo tanto, la ApEn se estima a partir de la siguiente fórmula:

$$ApEn(m, r, N) = \Phi^m(r) - \Phi^{m+1}(r) \quad (9)$$

El valor de la ApEn como una medida relativa, depende de cuatro parámetros: número de muestras de la ventana usada (N), el número de valores previos usados (τ) para determinar el valor siguiente, la dimensión (m) de la trayectoria y una tolerancia (r). La tolerancia r , es usado como un tamaño relativo, es decir, se expresa como una ponderación de la desviación estándar del número de muestras de la ventanas usadas.

Pincus & Kalman determinaron que para hacer uso del algoritmo de la ApEn existe una relación entre el número de muestras de la serie temporal y el valor de m , es decir, la serie temporal debe contener al menos $10m$ muestras.

4 Convertidor Boost

El esquema del convertidor Boost es mostrado en la Fig. 2, donde E , L , v , C , R_L representan la tensión de entrada, la inductancia, la tensión de salida, la capacitancia y la resistencia de carga, respectivamente. Aquí, la intensidad de corriente de entrada i es controlada por el conmutador u (Rodríguez et al., 1999).

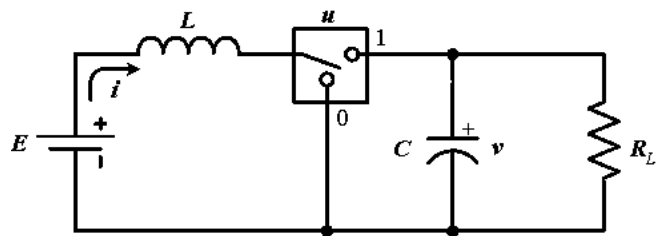


Fig. 2. Convertidor elevador (Boost)

El modelo no lineal del convertidor Boost puede representarse a través de las ecuaciones diferenciales siguientes:

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= -uv + E \\ C \frac{dv}{dt} &= ui - \frac{1}{R_L} v \end{aligned} \quad (10)$$

Es posible llevar el sistema (10) a la representación (11) haciendo $i = x_1$ y $v = x_2$, es decir, $x = [x_1 \ x_2]^T = [i \ v]^T$. En términos matriciales la descripción del convertidor Boost estará dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/R_L C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -x_2/L \\ x_1/C \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} E/L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Entonces de la relación (4) se tiene

$$f(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/R_L C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E/L \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E/L \\ -x_2/R_L C \end{bmatrix} \quad (12a)$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} -x_2/L \\ x_1/C \end{bmatrix} \quad (12b)$$

Se puede apreciar que la dinámica del sistema (11) dependerá de la posición del conmutador, es decir, '0' ó '1' ya que esos valores son los que puede asumir la variable u. Entonces, para el modo o estado 1, se tiene que u = 0, es decir,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/R_L C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E/L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13a)$$

Para el estado 2 con u = 1, se obtiene

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/R_L C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E/L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13b)$$

Este modelo del convertidor Boost es un sistema de control bilineal por excelencia. Se dice que un sistema de control es bilineal si, al considerar el control y el estado independientemente, el sistema es lineal respecto al control u y es lineal respecto al estado x, pero no es lineal en ambos casos simultáneamente (Van der Scharff, 2000; Sira-Ramírez et al., 2005).

La variable que representa al conmutador actúa como una entrada de control restringida tomando valores de un conjunto discreto de naturaleza binaria, a la cual se le asignará arbitrariamente valores en el conjunto discreto {0, 1} (Sira-Ramírez & Ríos-Bolívar, 1994). Por lo tanto, al poseer una señal de control binaria, puede decirse que el circuito convertidor Boost pertenece a la clase de sistemas llamados sistemas de estructura variable, los cuales se caracterizan por admitir descripciones matemáticas diferentes durante períodos de operación diferentes (García, 1998).

4.1 Control por modo deslizante

La teoría de sistemas de control de estructura variable en modo de deslizamiento o sistemas de control por modo deslizante, consiste en el empleo de acciones de control conmutadas o discontinuas, con una o varias superficies de conmutación, cuando alcanzada una superficie (dependiendo del esquema de conmutación empleado), el sistema entra en modo de deslizamiento y presenta características de in-

variabilidad en cuanto a incertidumbres y perturbaciones externas. Las superficies de conmutación se conocen también como: funciones de conmutación (Hung et al., 1993) o superficies de deslizamiento (Slotine & Li, 1991), esta es definida como sigue:

Definición 2. (Superficie de Deslizamiento). Una superficie de deslizamiento se define mediante una función lineal escalar de la forma siguiente

$$S_j = \{x \in \mathfrak{R}^n | s_j(x) = 0\} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

donde s_j(x) se denomina función de conmutación y m corresponde al número de entradas del sistema.

El enfoque de regímenes deslizantes toma en cuenta la posibilidad de estudiar sistemas en los cuales la ley de control no se puede presentar de manera continua sino que, por el contrario, está caracterizada por valores de naturaleza discontinua (Sira-Ramírez, 1988; Utkin, 1977). Tal es el caso del circuito convertidor Boost, donde la variable que representa al conmutador actúa como una entrada de control restringida que toma valores en el conjunto discreto {0, 1} (Biel-Solé, 1999).

En el contexto de sistemas n-dimensionales regulados por un solo conmutador, como es el caso del convertidor Boost, una superficie de deslizamiento está representada por un conjunto de puntos en \mathfrak{R}^n donde se cumple la restricción algebraica: h(x) = 0, siendo h una función escalar suave (infinitamente diferenciable).

La restricción algebraica: h(x) = 0, define una variedad suave en \mathfrak{R}^n , de dimensión n-1, la cual se denota mediante SD, es decir:

$$SD = \{x \in \mathfrak{R}^n / h(x) = 0\}. \quad (15)$$

Se supone que satisfaciendo la restricción algebraica, h(x) = 0, por parte de la trayectoria del estado x(t), lo cual ocurre gracias a acciones de control restringidas por u ∈ {0, 1}, produce, idealmente, un comportamiento deseable del estado x del sistema controlado. Siendo la función suave h(x) una parte integral del problema a la hora de diseñar un sistema controlado por un conmutador. También, se debe tener en cuenta que la escogencia de la salida y = h(x), y, por lo tanto, la naturaleza de la variedad h(x) = 0, es decir, de la superficie de deslizamiento, SD, depende enteramente del objetivo de control deseado (Sira-Ramírez et al., 2005).

Entonces, se puede definir la siguiente ley de control o lógica de conmutación:

$$u = \begin{cases} 1 & \text{si } h(x) > 0 \\ 0 & \text{si } h(x) < 0. \end{cases} \quad (16)$$

donde h(x) es la función de conmutación. Si hay alguna región X donde exista un modo deslizante, esta es un subconjunto de SD, X ⊂ SD. Se dice que el convertidor está con-

trolado en modo deslizante cuando se utiliza la ley de control (16) y hay una región X donde exista un modo deslizante.

4.2 Superficie de deslizamiento del convertidor Boost

Para el modelo del convertidor Boost puede proponérsele una superficie de deslizamiento como:

$$h(x) = v - V_d = x_2 - X_2 \quad (17)$$

donde $V_d = X_2$ es la tensión de salida deseada. Cuando $h(x) = 0$, la tensión de salida coincide con la tensión deseada. Otra superficie que se puede considerar es la siguiente:

$$h(x) = i - I_d = x_1 - X_1 \quad (18)$$

donde $I_d = V_d / (ERL) = X_1$ representa la corriente promedio que se corresponde con la tensión deseada V_d . Aunque las dos superficies representan un comportamiento deseable, tan sólo una de ellas es factible en la práctica.

Se supone que a través de la aplicación de una ley de control adecuada, se logra hacer que $x \in SD$ aun cuando fuese localmente. Es decir, se logra mediante conmutaciones adecuadas, hacer que el estado x evolucione en la variedad suave SD , la cual representa la restricción algebraica deseada y que permite al sistema satisfacer un objetivo específico.

4.3 Modelo normalizado del convertidor Boost

Aplicando el cambio de coordenadas en los estados y la transformación en la escala del tiempo siguiente (Silva-Ortigoza et al., 2008; Sira-Ramírez et al., 2005):

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{L/C}/E & 0 \\ 0 & 1/E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ v \end{pmatrix}, \quad \tau = \frac{t}{\sqrt{LC}} \quad (19)$$

se obtiene el *modelo conmutado normalizado* del convertidor Boost siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{d\tau} &= -ux_2 + 1 \\ \frac{dx_2}{d\tau} &= ux_1 - \frac{1}{Q}x_2 \end{aligned} \quad (20)$$

donde $Q = RL\sqrt{C/L}$, cuyo valor inverso, Q^{-1} , es conocido como el factor de calidad del circuito. La variable x_1 es la corriente del inductor normalizado y x_2 es la tensión de salida normalizada.

4.4 Control del convertidor Boost normalizado

De la relación (20) se obtiene

$$f(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{Q}x_2 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} -x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

El objetivo de control es hacer que la tensión normalizada x_2 adopte el valor deseado $X_2 = X_d$. Utilizando la función coordenada de la superficie de deslizamiento dada por

$$h(x) = x_2 - X_2 = x_2 - X_d \quad (22)$$

El hacer cero a la función $h(x)$ significa que el valor de la tensión de salida del convertidor coincide con el valor deseado. Se debe establecer ahora la naturaleza de la estabilidad de la dinámica remanente correspondiente. En el ejemplo del convertidor Boost se tiene

$$\begin{aligned} L_f h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x} f(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{Q}x_2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{Q}x_2 \\ L_g h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x} g(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = x_1 \end{aligned} \quad (23)$$

aquí, se denota la derivada direccional de $h(x)$ en la dirección de $f(x)$ como la cantidad escalar $(\partial h/\partial x)f(x)$ y se designa como $L_f h(x)$. Igualmente se llama a $L_g h(x)$ la derivada direccional de $h(x)$ en la dirección de $g(x)$. Entonces, el control equivalente se puede definir como

$$u_{eq}(x) = -\frac{L_f h(x)}{L_g h(x)} = \frac{1}{Q} \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 \end{pmatrix} \quad (24)$$

La **dinámica ideal de deslizamiento** ocurre cuando $u_{eq}(x)$ actúa sobre el sistema y éste se encuentra cumpliendo la condición $x_2 = X_d$. Se tiene entonces,

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{Q} \left(\frac{X_d^2}{x_1} \right) + 1 \quad (25)$$

Note que la dinámica (25) se corresponde la llamada **dinámica de los ceros** y resulta al sustituir en la primera ecuación de (20) la expresión (24) del control equivalente.

4.5 Control indirecto del convertidor Boost normalizado

Debido a que se produce una dinámica remanente inestable al escoger un control directo de la tensión deseada, la alternativa es entonces utilizar como función coordenada de la superficie de deslizamiento una función que al hacerse cero reproduzca el valor deseado de la corriente normalizada:

$$h(x) = x_1 - X_1 = x_1 - \frac{1}{Q} X_d^2 \tag{26}$$

Para especificar esta función se calcula el punto de equilibrio del sistema en condiciones ideales de deslizamiento, escribiendo la corriente correspondiente al valor deseado X_d de la tensión de salida:

$$X_1 = \frac{1}{Q} X_d^2 \tag{27}$$

Ahora se tiene $Lfh(x) = 1$ y $Lgh(x) = -x_2$. El control equivalente está dado entonces por

$$u_{eq}(x) = \frac{1}{x_2} \tag{28}$$

La dinámica ideal de deslizamiento correspondiente a X_1 , está dada por:

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{x_2} X_d^2 - \frac{x_2}{Q} \tag{29}$$

Se puede verificar que el punto de equilibrio $X_2 = X_d$ de esta dinámica es asintóticamente estable.

La superficie de deslizamiento es alcanzable, o accesible, mediante la siguiente política de conmutación.

$$u = \begin{cases} 1 & \text{si } (x_1 - X_1) > 0 \\ 0 & \text{si } (x_1 - X_1) < 0 \end{cases} \tag{30}$$

Aquí, se intenta aplicar de una manera simple y poco rigurosa la aplicación de una estrategia de control no lineal por excelencia, el control por regímenes o modos deslizantes. Se han enfocado los aspectos esenciales de los sistemas de estructura variable, los cuales son un tipo especial de sistema conmutado, es decir, una clase de SDH, que puede representarse a través de un Ah como se verá en la próxima parte.

5 AH del convertidor Boost

El AH del convertidor Boost es dado por 8-tupla:

$$Boost = \langle Q, X, f, Init, Inv, E, G, R \rangle \tag{31}$$

Recordando que los elementos de este autómata tienen las mismas características que los dados en la Definición 1, Sección 2.1. Particularmente, tiene dos estados discretos $u = 0$ y $u = 1$ representados por q_1 y q_2 respectivamente; en otras palabras, $u = \{q_1, q_2\} \in Q$ es el conjunto de estados discretos. $X \in \mathbb{R}^n$ es el espacio de estado continuo, la función $f: X \times Q \rightarrow \mathbb{R}^n$ asigna a cada estado discreto un campo vectorial continuo Lipschitz en X , y $x = [i, v]^T = [x_1, x_2]^T$ son las ecuaciones de estado afines para cada modo $q_i (i = 1, 2)$, representado por la ecuación general siguiente:

$$\dot{x}_{q_i} = f_{q_i}(x(t)) = A_{q_i} x(t) + b_{q_i} \tag{32}$$

donde $x \in X$, $A_{q_i} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $b_{q_i} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$. Específicamente, para el convertidor Boost se tiene que

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix}, \quad b_1 = b_2 = \begin{bmatrix} E \\ L \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para simplificar la notación, se usará 1 por q_1 y 2 por q_2 . Las condiciones iniciales son dadas por $Init = \{\{0, 1\}, x\} \in Q \times \mathbb{R}^2 | (x_1 \geq 0) \wedge (x_2 \geq 0)\}$. El funcional $Inv: Q \rightarrow 2X$ asigna a cada $q \in Q$ un conjunto invariante, dado por:

$$Inv(u) = \begin{cases} \{x \in \mathbb{R}^2 | \langle x_1 < X_1 \rangle \wedge \langle x(x) < 0 \rangle\} & \text{si } u = 0 \\ \{x \in \mathbb{R}^2 | \langle x_1 > X_1 \rangle \wedge \langle x(x) > 0 \rangle\} & \text{si } u = 1 \end{cases}$$

recordando que X_1 y $h(x)$ son la intensidad de corriente promedio deseada y la superficie de deslizamiento, respectivamente; el conjunto $E \in Q \times Q$ es una colección de transiciones discretas dado por $E = \{(0, 1), (1, 0)\}$; $G: E \rightarrow 2X$ asigna a cada $e = (q, q')$ $\in E$ una guarda, dado por

$$G_{12} = \{x \in \mathbb{R}^2 | \langle x_1 > X_1 \rangle \wedge \langle x_2 > X_2 \rangle\}$$

$$G_{21} = \{x \in \mathbb{R}^2 | \langle x_1 < X_1 \rangle \wedge \langle x_2 < X_2 \rangle\}$$

aquí X_2 es la tensión de salida deseada.

Se puede manipular la evolución del estado continuo cambiando de estado discreto. Cada guarda está diseñada específicamente para indicar cuándo puede ocurrir un cambio de estado. Un vez que el estado continuo alcanza la

condición de guarda, puede tomar la decisión o no de saltar a uno de los posibles estados discretos. Ya que el estado continuo x está globalmente definido, no hay reinicio en el valor de las variables continuas, es decir, $R12 = R21 = \{x\}$. Por lo tanto, uno de los objetivos en diseñar los circuitos electrónicos de potencia como SDH es determinar la guarda entre cada estado discreto de tal manera que las trayectorias del sistema satisfagan el criterio de funcionamiento dado.

El diagrama del AH del convertidor Boost es mostrado en la Fig. 3 y los elementos se resumen como siguen:

- $u = \{0, 1\} \in Q$
- $x = [i, v]^T = [x_1, x_2]^T \quad x \in X = \mathbb{R}^2$
- $f_1(x) = \left[\frac{E}{L}, -\frac{x_2}{CR_L} \right]^T; f_2(x) = \left[-\frac{x_2}{L} - \frac{E}{L}, \frac{x_1}{C} - \frac{x_2}{CR_L} \right]^T$
- $Init = \{(\{0, 1\}, x) \in Q \times \mathbb{R}^2 | (x_1 \geq 0) \wedge (x_2 \geq 0)\}$
- $Inv(u) = \begin{cases} \{x \in \mathbb{R}^2 | \langle x_1 < X_1 \rangle \wedge \langle x < 0 \rangle\} & ; u = 0 \\ \{x \in \mathbb{R}^2 | \langle x_1 > X_1 \rangle \wedge \langle x > 0 \rangle\} & ; u = 1 \end{cases}$
- $E = \{(0, 1), (1, 0)\}$
- $G12 = \{x \in \mathbb{R}^2 | (x_1 > X_1) \wedge (x_2 \geq X_2)\}; G21 = \{x \in \mathbb{R}^2 | (x_1 < X_1) \wedge (x_2 \leq X_2)\}$
- $R12(x) = R21(x) = \{x\}$.

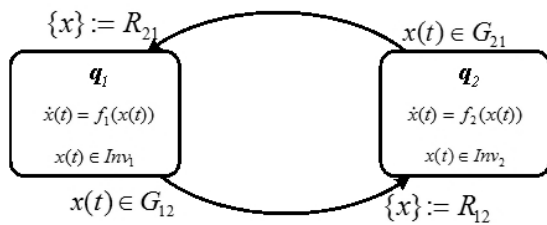


Fig. 3. AH del convertidor Boost

5.1 Simulación y discusión de la planta híbrida

Parte continua. Se desea controlar la tensión de salida al valor $V_d = 70$ V, la corriente correspondiente es, aproximadamente, $I_d = 16,33$ A. Para visualizar la regulación del convertidor Boost mediante la técnica de control por regímenes deslizantes el sistema se simuló numéricamente en Matlab®; para esta simulación los valores de los demás elementos son los siguientes: $R_L = 10 \Omega$, $C = 100 \mu F$, $L = 10$ mH y $E = 30$ V. Se consideran condiciones iniciales iguales a cero. La respuesta del sistema en lazo cerrado se muestra en la Fig. 4.

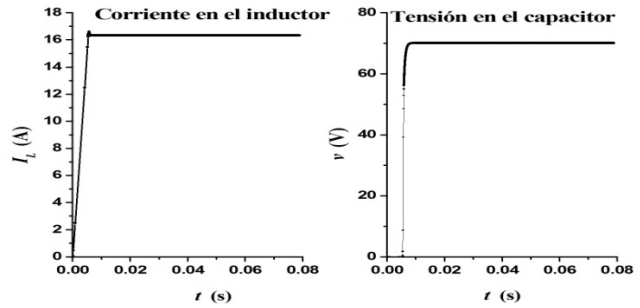


Fig. 4. Corriente del inductor y tensión de salida deseada en condiciones normales de funcionamiento

Parte discreta. La posición del conmutador y la superficie de deslizamiento están representadas en la Fig. 5. La posición del conmutador es $u = 0$ en tanto no se ha alcanzado la superficie de deslizamiento; en $t = 5,44$ ms (aprox.) la ley de control (28) se “activa”. A partir de este instante se observa la respuesta estable de la dinámica remanente al valor deseado de salida del convertidor, véase ecuación (27). Para que el sistema permanezca cerca de la superficie de deslizamiento, las conmutaciones de la variable u son muy grande y ocurren a muy alta frecuencia. Esto no permite visualizar claramente la conmutación entre un estado y otro, es decir, entre el estado cero y el estado uno. Véase la gráfica izquierda de la Fig. 5.

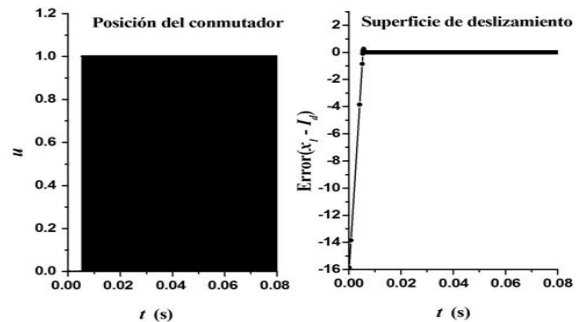


Fig. 5. Posición del conmutador y superficie de deslizamiento

Planta híbrida. Para la implementación la planta híbrida se debe acoplar la lógica discreta con la dinámica continua, entonces se puede descomponer el sistema en dos AH, B_1 y B_2 . Donde B_1 es una máquina de estado finito gobernada por la transición discreta la cual depende de la señal continua x de B_2 , mientras B_2 acepta el símbolo discreto $\sigma \in E$ de B_1 y el estado continuo x evoluciona acondicionadamente. Este sistema es mostrado en la Fig. 6.

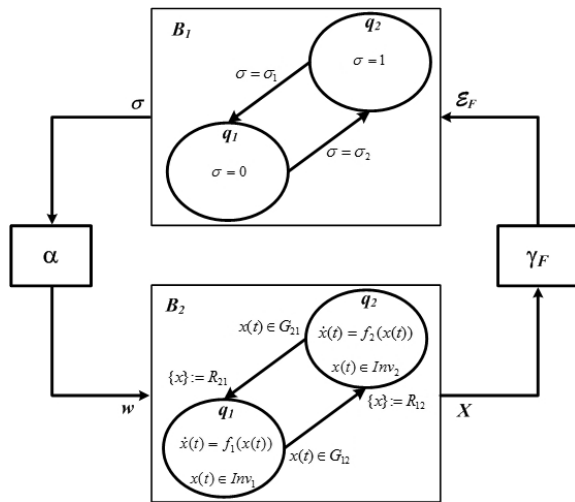


Fig. 6. El convertidor Boost modelado como la composición

El acoplamiento se puede visualizar a través de una interfaz que contiene dos elementos un elemento sensor (γ_F) y un elemento actuador (α). El sensor o generador de eventos y el actuador son definidos como siguen:

$\gamma_F: X \rightarrow EF$ es un mapeo desde el espacio de estado continuo X hacia un conjunto de eventos discretos EF correspondiente a los modos físicos ($EF \in E$). Esta función permite detectar los eventos corresponden a las transiciones entre estados discretos. Un evento en EF es detectado cuando el sistema viola una región definida, en el caso del convertidor Boost la región es definida a través de una superficie de deslizamiento y la ApEn.

$\alpha: Q \rightarrow W$ es un mapeo del conjunto de fases discretas Q al espacio de entrada continua W definido por la señal de entrada $w(t)$. Este mapeo de la parte discreta a la parte continua puede considerarse como el actuador para todas las clases de discontinuidades en el campo vectorial.

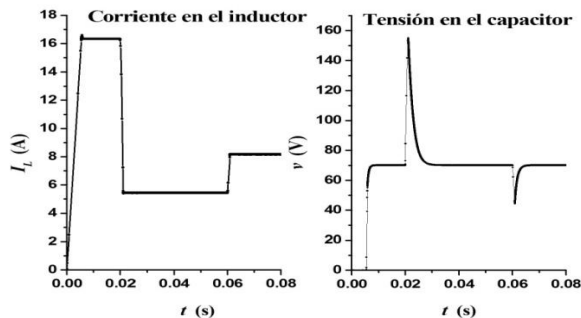


Fig. 7. Respuesta del sistema perturbado la resistencia de carga

En la Fig. 7 se muestra la respuesta del sistema cuando se perturba la resistencia de carga, se puede observar que la corriente en el inductor cambia su comportamiento y la tensión de salida se perturba pero vuelve a su valor original; demostrando que la técnica de control por régimen desli-

zante funciona bastante bien para ciertas operaciones. Sin embargo, hay casos en el que ciertas perturbaciones no se pueden visualizar y por lo tanto no pueden controlarse, es por eso que aquí se implementará una nueva técnica de detección de eventos a través de la ApEn.

5.2 Control supervisor del convertidor Boost

En la sección anterior se proporcionó el modelo del convertidor Boost como un SDH en lazo cerrado, es decir, una planta híbrida controlada, el objetivo en esta sección es proponer un modelo de un sistema supervisor que permita regular el SDH y así poder satisfacer todas las metas del sistema, por supuesto, bajo ciertas especificaciones. Generalmente, tales especificaciones introducen restricciones en la dinámica de la planta híbrida. Sin embargo, hay perturbaciones externas que no pueden ser detectadas y por ende no se pueden regular. Por lo tanto, el propósito del supervisor es manejar la planta para cumplir con todos los objetivos dados y así poder obtener un SDH robusto. Por ejemplo, en la Fig. 8 se muestra una propuesta de una planta híbrida regulada por un sistema supervisor.

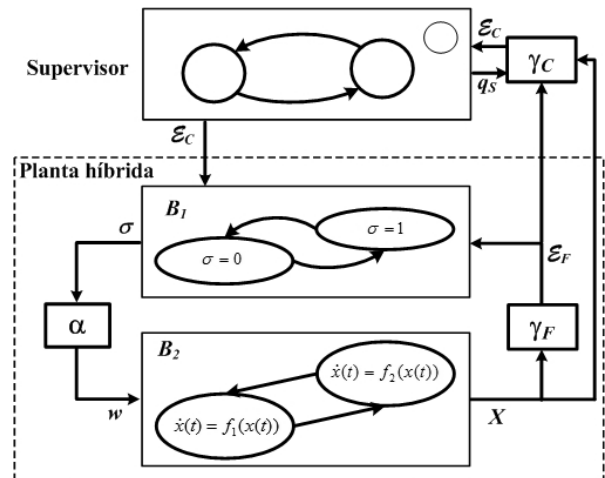


Fig. 8. Una planta híbrida regulada por un sistema supervisor

Formalmente el supervisor se puede definir por la 4-tupla como

$$S = [Q_S, E_C, \delta_S, \gamma_C] \tag{33}$$

donde

Q_S es un conjunto de estados discretos del supervisor.

E_C es el conjunto de eventos de control, es decir, son las entradas externas de la planta híbrida y, por lo tanto, controlables por definición.

$\delta_S: Q_S \times E_C \rightarrow Q_S$ es la función de transición de estado (o transición de fase) del sistema supervisor.

$\gamma_C: X \times Q_S \times EF \rightarrow E_C$ es un sensor de eventos que permite detectar ciertas incidencias o perturbaciones que saquen

el sistema de la trayectoria original. Esta función busca detectar directamente los eventos en la planta híbrida relacionándolos con los estados discretos del supervisor QS y generar eventos de control EC. En general, es difícil diseñar un sensor de eventos de control γC . Por lo tanto, en este trabajo se utilizará a la ApEn como una nueva metodología para sensar o detectar ciertos eventos.

5.3 Técnica para detectar los eventos

Un evento, en un SDH, puede definirse como una desviación en el comportamiento nominal de la planta y puede asociarse a cambios paramétricos o no paramétricos que pueden gradualmente desarrollarse en el sistema. La temprana detección de cualquier evento en tales sistemas es esencial ya que permitirá mejorar la funcionalidad y la controlabilidad del sistema, pero principalmente permitirá la prevención temprana de fallas catastróficas. Por eso, en este trabajo se desarrolló y validó la ApEn como una nueva metodología para la detección de eventos generados en un SDH.

Aquí, se utilizó la ApEn, específicamente, para determinar cambios en la estructura matemática del sistema conmutado (convertidor Boost) que es una clase de SDH. Los valores de salida generados por el conmutador del convertidor Boost se tomaron como datos temporales no lineales, se analizaron y utilizaron para detectar cualquier evento que se genere en el sistema.

Particularmente, se utilizó el algoritmo dado en la Sección 3 para calcular la ApEn. Para estimar la ApEn se escogieron los siguientes parámetros $a = 0, 2$, $m = 2$, $\tau = 1$ y se consideraron ventanas consecutivas de longitud $N = 1000$ muestras a través de toda la señal estudiada. Estos parámetros permitieron diferenciar estadísticamente los dos estados (0, 1) al aplicar la metodología desarrollada.

Los valores típicos de ApEn tienen un rango de cero a dos. Los valores cercanos a cero representan la mayor regularidad y los valores cercanos a dos representan mayor irregularidad (Pincus & Goldberger, 1994).

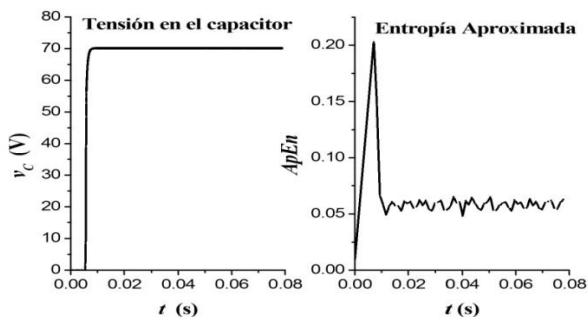


Fig. 9. Tensión de salida deseada y ApEn del convertidor Boost en condiciones normales de funcionamiento

En la Fig. 9 se muestra la respuesta del sistema en condiciones normales de funcionamiento, es decir, la tensión de salida se estabiliza alrededor de los 70 V que es el valor deseado, sin embargo en la gráfica de la ApEn puede verse la perturbación del sistema cuando se arranca la planta.

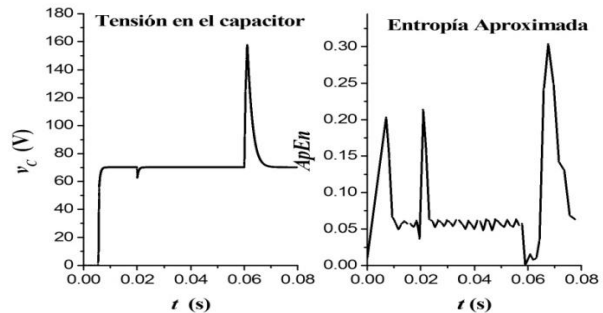


Fig. 10. Tensión de salida deseada y ApEn del convertidor Boost cuando se varía la resistencia de carga

Como puede verse en la Fig. 10 cuando se cambia la carga del sistema las perturbaciones son obvias tanto en la tensión de salida como en la ApEn. Una cosa interesante de este método de detección de eventos es cuando hay perturbaciones que no son detectadas por la salida del sistema, la ApEn si puede detectarlas como puede verse en la Fig. 11, esto es de suma importancia a la hora de diseñar un control supervisor robusto, por ejemplo, aquí se ha cambiado el valor del capacitor de una valor inicial $C = 100 \mu F$ a $C = 500 \mu F$.

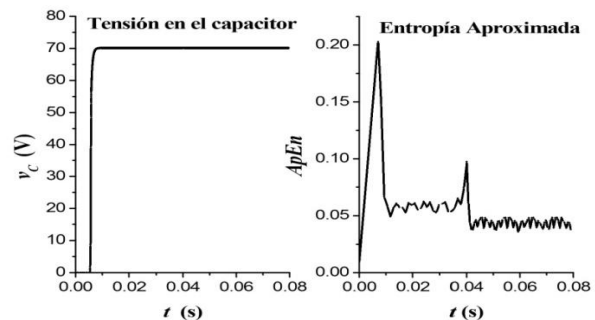


Fig. 11. Tensión de salida deseada y ApEn del convertidor Boost cuando cambia el capacitor de salida

Por supuesto, cuando se cambia el punto de consigna es claramente detectado por la ApEn como puede apreciarse en la Fig. 12. Como se demuestra desde la Fig. 9 hasta la Fig. 12 que la ApEn es un buen detector de eventos, ya que puede registrar cualquier cambio de parámetro o variable en el sistema y por lo tanto una buena síntesis del control supervisor.

6 Conclusiones

Los resultados de este estudio preliminar, establecen que el nuevo método de detección de eventos mediante el algoritmo de ApEn permitirá sensar tempranamente cualquier incidencia o cambio de estado dentro de un SDH, lo que permitirá tener información real del comportamiento del sistema y así poder mejorar la funcionabilidad y la controlabilidad de tal sistema, pero principalmente permitirá la prevención de fallas catastróficas.

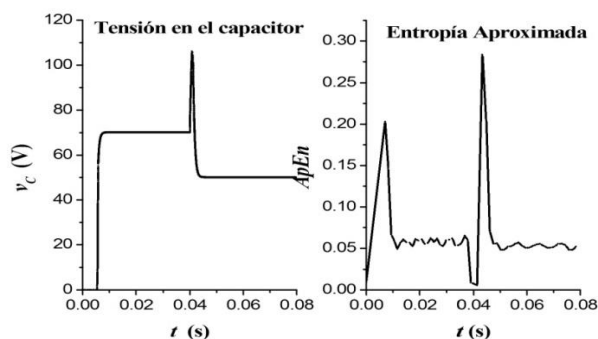


Fig. 12. Tensión de salida deseada y ApEn del convertidor Boost cuando cambia el punto de consigna

Referencias

- Antsaklis, P and X Koutsoukos, 2003, Hybrid systems: Review and recent progress. In: IEEE Press: Chapter in Software-Enabled Control: Information Technologies for Dynamical Systems.
- Biel-Solé D, 1999, Control en modo deslizante aplicado a la generación de señal en convertidores conmutados DC/DC. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña. Departament D'Enginyeria Electrónica. España.
- Branicky M, 1998, Multiple lyapunov theory and other analysis tools for switched and hybrid systems. IEEE Transactions on Automatic Control 43(4), pp. 475–482.
- Bruhn J H, and A Hoefl, 2000, Approximate entropy as an electroencephalographic measure of anesthetic drug effect during desflurane anesthesia. Anesthesiology 92(3), pp. 715–726.
- Carathéodory C, 2004, The Mac-Tutor History of Mathematics archive. Se encuentra en <http://www-groups.dcs.stand.ac.uk/history/Mathematicians/Caratheodory.html>. Fecha de consulta: 10 Mayo de 2009.
- García E, 2000, Estrategia de Control para Sistemas Bilineales Aplicadas a los Convertidores de Potencia DC–DC. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña. Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales. España.
- Hejri M, and Mokhtari H, 2009, Global hybrid modeling and control of dc-dc converters: A boost converter topology. In: 24th International Power System Conference, PSC2009.
- Henzinger, T. and H. Wong-Toi, 1996, Using HYTECH to synthesize control parameters for a steam boiler, in formal methods for industrial applications: Specifying and programming the steam boiler control. In: LNCS (E. Börger Abrial and H. Langmaack, Eds.), pp. 265–282. Number 1165. Springer Verlag.
- Hung J Y W, Gao and J C Hung, 1993, Variable structure control: A survey. IEEE Transaction on Industrial Electronic 40(1), pp. 2–22.
- Lygeros J, 1996, Hierarchical, Hybrid Control of Large Scale Systems. PhD thesis. University of California at Berkeley. Berkeley.
- Lygeros J, 2003, Lecture notes on hybrid systems. Technical report. Department of Engineering, University of Cambridge. Cambridge, UK.
- García J'orgen, 1998, Analysis and design of hybrid control systems. Thesis. Lund Inst. of Technol.. Box 118 S-221 00 LUND. Sweden.
- Moody G, 2006, Physiotookit: Open source software for biomedical science and engineering. Approximate Entropy (ApEn). Se encuentra en <http://www.physionet.org/physiotools/ApEn>. Fecha de consulta: 10 marzo de 2010.
- Pincus S, 1991, Approximate entropy as a measure of system complexity. Proc Natl Acad Sci USA 88, 2297–2301.
- Pincus S and A Goldberger, 1994, Physiological time series analysis: what does regularity quantify?. Am J Physiol 266, H1643–H1656.
- Pincus, S and R Kalman, 1997, Not all (possibly) “random” sequences are created equal. Proc Natl Acad Sci USA 94(8), pp. 3513–3518.
- Silva-Ortigoza, Ramírez, S and. Hernández-Guzmán, V M 2008, Control por modos deslizantes y plenitud diferencial de un convertidor de CD/CD boost: Resultados experimentales. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial, RIAI 5(4), pp. 77–82.
- Sira-Ramírez, 1988, Differential geometric methods in variable structure control. International Journal of Control 48(4), pp. 1359–1391.
- Sira-Ramírez, and. Ríos-Bolívar, M 1994, Sliding mode control for DC-to-DC power converter via extended linearization. Trans. on circuits and system-I 41(10), pp. 652–661.
- Sira-Ramírez, Hebertt R, Marquez F, Rivas E, and Llanes-Santiago Orestes, 2005, Control de Sistema no Lineales. Linealización Aproximada, Extendida, Exacta. Automática Robótica. Pearson Prentice Hall. Madrid, España.
- Slotine J, and W Li, 1991, Applied Nonlinear Control. Prentice-Hall International. New Jersey.
- Utkin, V I, 1977, Variable structure systems with sliding modes. IEEE Transactions on Automatic Control 22(2), pp. 212–222.
- Van der Schaft A, and H Schumacher, 2000, An Introduction to Hybrid Dynamical Systems. Vol. 251. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer-Verlag.
- Zhao F, and Utkin V, 1995, Adaptive simulation and control of variable-structure control systems in sliding regimes. Technical report OSU-CISRC-3/95-TR10. The Ohio State University. Columbus.

Recibido: 20 de mayo de 2011

Revisado: 13 de septiembre de 2011

