

# Control mediante compensación de la saturación y de los filtros de detección de fallas

## Saturation and fault detection filters control compensation

A.Y. Ríos-Bolivar  
Departamento de Control, Facultad de Ingeniería, ULA,  
Mérida 5101, Venezuela  
ilich@ula.ve

G. Garcia  
CNRS, 7 Avenue du Colonel Roche,  
31077, Toulouse Cedex 4, France  
garcia@laas.fr

### Resumen

*En base a resultados importantes en el diseño de esquemas de compensación para el problema de la saturación del control y en la síntesis de filtros de detección y diagnóstico de fallas, en este trabajo se presenta una metodología para la implementación de los esquemas de compensación a través de la síntesis de filtros de detección de fallas para los sistemas lineales multivariados. El filtro de detección permite disponer de la señal de saturación, la cual se realimenta para la compensación, según al esquema adoptado. La metodología constituye un enfoque de control tolerante a fallas ya que en línea, los cambios por efectos de la saturación del control son detectados a través del filtro y al mismo tiempo se efectúa la compensación. Esto significa que no es necesario precisar, previamente, los niveles de saturación.*

**Palabras Claves:** Saturación en el actuador, control por compensación, filtros de detección, separación de fallas.

### Abstract

*Based on important results in the design of schemes of compensation for the control saturation problem and in the fault detection and diagnosis filter synthesis, in this paper a methodology for the implementation of the compensation schemes through the fault detection filters for the multivariable linear systems is presented. The detection filter allows to obtain the saturation signal, which is necessary for the compensation in according to the adopted scheme. The methodology constitutes a technique for fault tolerant control due that the changes for effects of the control saturation are detected through the filter and at the same time allows the compensation immediately. This means that it is not necessary to specify previously the saturation levels.*

**Key words:** Actuator saturation, compensation control, fault detection, fault isolation.

### 1 Introducción

En general, los procesos industriales controlados presentan el problema de saturación del actuador. En la teoría de control esa restricción se le denominada el *problema de control acotado*, el cual conduce a considerar varias técnicas a fin de lograr sistemas de control que operen satisfactoriamente bajo tal restricción.

Por otro lado, es común encontrar esquemas de control que deben satisfacer múltiples objetivos y por lo tanto deben operar en diferentes modos de control. La habilidad de un sistema de control de operar en múltiples ambientes y con multi-objetivos, partiendo del reconocimiento de la situación específica y sirviéndola adecuadamente, se puede definir como *control inteligente*, (Narendra and Balakrishnan, 1997). Cada situación específica define el modo de operación y cada uno de los

modos tiene un controlador que se ha diseñado para satisfacer los objetivos de desempeño correspondiente a ese modo. Si las condiciones de operación demandan un cambio del régimen de operación, a través de un esquema de selección se escoge el modo adecuado y se conmuta al mismo.

La conmutación entre regímenes de operación se logra por una selección de la entrada de la planta a partir de las salidas de un número de controladores en paralelo, cada uno de los cuales corresponde a un modo en particular. Entonces, la conmutación de modos es la sustitución de la entrada a la planta en virtud de que la salida de un controlador se reemplaza por otro.

Como resultado de las sustituciones y limitaciones, la entrada presente a la planta será diferente a la salida del controlador. Cuando esto ocurre, la salida del controlador no dirige la planta y como resultado, los estados del controlador serán fuertemente actualizados, (Kothare *et al.*, 1994; Morari, 1993). Este efecto se llama *control de rebote*. En términos globales, el rebote es una inconsistencia entre la entrada de control al proceso y los estados internos del controlador. El efecto adverso del rebote es un deterioro significativo del desempeño, grandes sobre disparos y hasta inestabilidad, (Morari, 1993; Campo and Morari, 1990). La degradación del desempeño es muy pronunciada si el controlador es estable pero con una dinámica muy lenta, situación que se agrava si el controlador es inestable. Además del efecto de rebote, cuando se conmutan modos de operación, la diferencia entre las distintas salidas de los controladores produce un salto discontinuo en la entrada a la planta. Esto genera saltos indeseables en las variables controladas; por lo tanto se requiere de una transferencia suave, sin saltos, entre los diferentes regímenes de operación.

El problema de análisis y síntesis de sistemas de control para sistemas lineales invariantes en el tiempo sujetos a limitaciones y sustituciones en la entrada de la planta hasta ahora tiene dos formas de ser abordados: por una lado, se puede plantear y resolver el problema incorporando tales limitaciones y sustituciones en el análisis y síntesis del sistema de control.

Por otro lado, se puede atacar el problema mediante compensación donde, en una primera etapa, se diseña el sistema de control sin tomar en cuenta las restricciones; y en una segunda etapa, se busca algún esquema de compensación con la finalidad de minimizar el efecto de las limitaciones y conmutaciones. El último enfoque planteado se ha denominado el problema de *transferencia anti-rebote sin salto*, AWBT, (Kothare *et al.*, 1994).

Un marco general del problema de AWBT ha sido mostrado en (Kothare *et al.*, 1994) donde fue desarrollada una base teórica para estudiar los sistemas de control sujetos a no linealidades en la entrada de la planta. La generalidad de ese trabajo permite considerar cualquier estructura de sistema de control incluyendo realimentación, pre-adelanto (feedforward), grados de libertad múltiples, cascadas y

controladores no cuadrados en general. El desarrollo se basó en el paradigma de *diseñar un controlador lineal que ignore las no linealidades de la entrada de control e incorpore compensación AWBT para minimizar los efectos adversos, en el desempeño de lazo cerrado., debido a esas no linealidades*. En todos los casos de solución al problema de AWBT mediante compensación reportados hasta ahora requieren de la señal residual, que se obtiene por comparación entre la salida del controlador y la salida no lineal del actuador, (Aström and Rundqwist, 1989; Campo and Morari, 1990; Hanus and Kinnaert, 1989; Hanus *et al.*, 1987; Kothare *et al.*, 1994; Zheng and Morari, 1995; Morari, 1993; Zheng *et al.*, 1993). La medición de tal residual constituye un problema adicional, desde el punto de vista de la implantación del esquema de compensación seleccionado, ya que no siempre es posible obtenerla, (Aström and Rundqwist, 1989). Esto limita la posibilidad de implantación de la compensación, y más particularmente en los sistemas de control en cascada, (Nudelman G. and Kulesky R., 2002).

Así, es fundamental obtener una medida del residual, lo cual demanda el uso de modelos del actuador. El empleo de modelos tiene la dificultad de no generar los residuos apropiados por cambios en el funcionamiento de los actuadores.

Por otro lado, los filtros de *detección y diagnóstico de fallas*, FDI, debido a su importancia para caracterizar la seguridad y la confiabilidad de los sistemas, han sido ampliamente estudiados, (Chen and Patton, 1999; Gertler, 1998; Iserman, 1984; Ríos-Bolívar, 2001).

La idea es construir un sistema dinámico que utilice las señales medidas para producir unos residuos direccionales que permitan determinar la presencia de una anomalía funcional del proceso e identificar su origen. Para la FDI se llevan a cabo dos etapas, (Ríos-Bolívar, 2001): en la primera se generan unos *residuos* mediante el diseño de filtros de detección. Seguidamente se analizan los residuos para determinar el origen de las fallas a través de lógicas de decisión.

La generación de residuos mediante filtros de FDI puede ser utilizada para producir la señal residual necesaria para la compensación en el problema de AWBT. En efecto, este trabajo se propone un método para obtener la señal residual a fin de utilizarla en la implantación de la compensación en el problema del AWBT, en el caso de los sistemas lineales invariantes en el tiempo multivariantes. A diferencia del uso de modelos de los actuadores, mediante esta técnica cualquier nivel de saturación de la señal de control se detecta y aísla (caso de múltiples actuadores) para la compensación en el problema de AWBT.

## 2 Control por compensación del problema de AWBT

En resumen, para la solución del problema de AWBT mediante compensación las técnicas desarrolladas son las siguientes:

### 2.1 Rebote anti-reset

Esta técnica se refiere al cálculo con retorno, seguimiento y reajuste de la acción integral. Dado que el rebote se observó originalmente en los controladores PI y PID, este método se diseñó para tales controladores, (Aström y Rundqwist, 1989). Para el cálculo del controlador se dispone de una realimentación extra representada por la diferencia entre la salida del controlador mismo y la salida del actuador. Esta señal de error se alimenta a la acción integral, lo que evita la entrada del efecto de rebote.

### 2.2 Integración condicional

La idea de este método es detener la integración justo en la saturación. De manera que si el actuador se satura, la integración no debe proseguir, (Aström y Rundqwist, 1989). En controladores PID el límite para detener la integración es la banda proporcional, es decir, la acción integral tiene efecto solo cuando la salida del proceso está en la banda proporcional.

### 2.3 Control por Modelo Interno (CMI)

Aunque esta técnica de control no fue diseñada para anti-rebote, su estructura permite una potencial aplicación para ese problema, (Kothare y col., 1994; Zheng y col., 1993). Bajo el CMI, las restricciones del actuador no causan ningún problema de estabilidad dado que la señal de control restringida es manejada tanto por la planta como por el modelo, (Campo y Morari, 1990; Kothare y col., 1994; Morari, 1993; Zheng y Morari, 1995).

### 2.4 La técnica condicionante

Esta técnica fue formulada como una extensión del método de cálculo de retorno, (Morari, 1995). En ella, la inconsistencia entre los estados internos del controlador y la señal de control que entra al proceso se restaura modificando las entradas al controlador de modo que si estas entradas modificadas se aplican al controlador, su salida no entra en saturación, (Hanus y Kinnaert, 1989; Hanus y col., 1987).

### 2.5 Método basado en un observador

Como se mencionó, bajo saturación los estados del controlador no corresponden a la señal de control que entra a la planta, esta inexactitud se corrige estimando los estados del controlador a través de un observador. El observador se incorpora en la estructura del controlador, dicho observador opera solo cuando hay saturación para efectos de corregir las posibles inestabilidades, (Campo y Morari, 1990; Morari, 1993).

Bajo el paradigma de diseñar sistemas de control lineales que no consideren las no linealidades en la entrada de control y que incorpore algún tipo de compensación AWBT a objeto de minimizar los efectos adversos de tales no linealidades en el desempeño en lazo cerrado, en (Kothare y col., 1994) se presenta un marco unificado de las distintas técnicas en el diseño de compensación AWBT.

Consideremos un sistema lineal sin restricciones dado por:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t); \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $x \in \mathcal{R}^n$  son los estados  $u \in \mathcal{R}^p$  son los controles y  $y \in \mathcal{R}^q$  son las salidas. Las matrices  $A$ ,  $B$  y  $C$  son de dimensiones apropiadas.

El problema de compensación AWBT se formula a partir de la Fig. 1, donde, debido a las limitaciones y/o sustituciones, aparece una no linealidad entre la salida del controlador y la entrada efectiva al proceso.

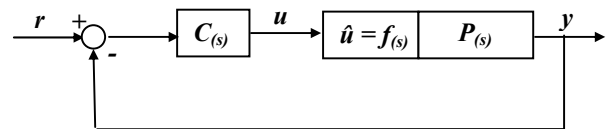


Fig. 1. Sistemas de control con saturación de actuadores.

La entrada de control efectiva al proceso  $\hat{u}(t)$  es una función no lineal de la salida del controlador  $u(t)$ .

$$\hat{u}(t) = f(u) \quad (2)$$

En el caso de saturación del actuador, cada uno de los elementos de entrada del vector de controles se aplica al proceso a través de la no linealidad.

$$\hat{u}_i(t) = \begin{cases} u_{i_{\min}} & \text{si } u(t) < u_{i_{\min}} \\ u(t) & \text{si } u_{i_{\min}} \leq u(t) \leq u_{i_{\max}} \\ u_{i_{\max}} & \text{si } u(t) > u_{i_{\max}}, \quad i = 1, 2, \dots, p \end{cases} \quad (3)$$

Con respecto a las sustituciones cuando se selecciona el control a partir de un banco de controladores, por medio de un mecanismo de selectores min-max, esto resulta en una no linealidad de zona muerta, la cual se aborda de manera similar mediante compensación, (Kothare y Morari, 1996; Kothare y Morari, 1997).

Siguiendo el procedimiento de compensación, el controlador  $C(s)$ , el cual le representaremos por:

$$C(s) = \left( \begin{array}{c|c} F & G \\ \hline H & R \end{array} \right) = H(sI - F)^{-1}G + R, \quad (4)$$

con una factorización coprima por la izquierda de la forma:

$$C(s) = N(s)^{-1}M(s); \quad (5)$$

se diseña sin considerar las no linealidades y con los objetivos de estabilización y cumplimiento a ciertos criterios de desempeño.

En el caso ideal no existen límites para la entrada efectiva al proceso y por lo tanto  $\hat{u}(t) = u(t)$ . Bajo la presencia de la no linealidad  $f(u)$ , el sistema en lazo cerrado se puede representar en una configuración de dos puertos como se muestra en la Fig. 2.

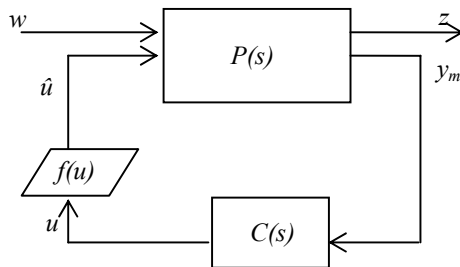


Fig. 2. Problema de control con no linealidad.

Allí,  $\omega$  representa todas las entradas externas tales como las referencias, perturbaciones y ruidos;  $z$  son las salidas controladas y  $y_m$  son las salidas medidas para el diseño del controlador  $C(s)$ . En esa representación el proceso  $P(s)$  estará conformado por:

$$P(s) = \left( \begin{array}{cc} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{array} \right) \quad (6)$$

Para el caso ideal, la síntesis de  $C(s)$  se puede alcanzar mediante herramientas de control robusto, (Morari and Zafiriou, 1989; Zheng and Morari, 1995), a fin de minimizar los efectos de las perturbaciones y ruidos en la salida controlada, como por ejemplo minimizando la norma  $H_2$  o  $H_\infty$  de la función de transferencia de  $z$  a  $\omega$ ,  $T_{z\omega}(s)$ . En presencia de  $f(u)$ , esa no linealidad se puede transformar en una incertidumbre y posteriormente aplicar las técnicas de control robusto.

Dentro del marco general presentado en (Kothare et al., 1994), el problema de AWBT involucra el diseño de  $\hat{C}(s)$  en base al diagrama de dos puertos mostrado en la Fig. 3.  $\hat{C}(s)$  constituye la versión AWBT compensada de  $C(s)$  y la planta aumentada corresponde a:

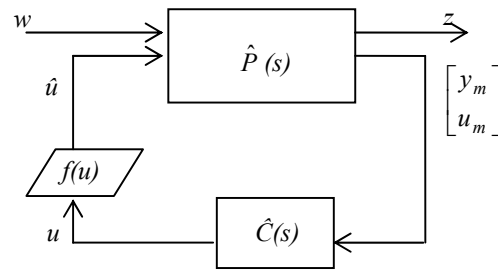


Fig. 3. El problema de AWBT.

$$\hat{P}(s) = \left( \begin{array}{cc} P_{11}(s)P_{12}(s) & \\ P_{21}(s)P_{22}(s) & \\ 0 & P_{32}(s) \end{array} \right) \quad (7)$$

Dado que  $\hat{u}(t)$  proporciona información de la no linealidad genérica  $f(u)$ , y se utiliza como realimentación para la síntesis de la compensación, es fundamental medirla o estimarla, lo cual constituye un problema adicional en virtud de que, por lo general, es difícil determinar su valor. En base al requerimiento de  $\hat{u}(t)$  en las técnicas de compensación al problema de AWBT, dentro del marco general  $u_m$  representa una medida o estimado de dicha entrada a la planta:

$$u_m = P_{32} \hat{u}. \quad (8)$$

En nuestra propuesta, el estimado  $u_m$  se obtiene mediante filtros de FDI.

En términos de dos parámetros matriciales  $H_1$  y  $H_2$ , una parametrización de todos los controladores  $\hat{C}(s)$  con AWBT que satisfacen ciertos criterios de admisibilidad definidos apropiadamente corresponde a, (Kothare et al., 1994):

$$\hat{C}(s) = (M(s) \quad I - N(s)), \quad (9)$$

con:

$$M(s) = \left( \begin{array}{c|c} F - H_1H & G - H_1R \\ \hline H_2H & H_2R \end{array} \right) \quad (10)$$

$$N(s) = \left( \begin{array}{c|c} F - H_1H & -H_1 \\ \hline H_2H & H_2 \end{array} \right) \quad (11)$$

donde  $H_2$ , es invertible y se asume que  $F - H_1H$  tiene autovalores estables. A partir de la selección de  $H_1$  y  $H_2$ , todos los esquemas de compensación AWBT lineales invariantes en el tiempo son casos particulares de esta parametrización.

### 3 Los filtros de detección de fallas

En muchos casos, los procesos industriales entran en situaciones de comportamiento anómalo, el cual deteriora los índices de desempeños previamente establecidos. En esta situación se dice que el proceso está en falla.

*Definición 1.* Las fallas son funcionamientos anómalos que perturban la operación normal del sistema, causando una declinación inaceptable del desempeño integral de dicho sistema.

La capacidad de determinar la magnitud y dirección de los cambios, permite hacer seguimiento del estado de los sistemas, asegurando las tomas de decisiones oportunas y adecuadas minimizando los efectos adversos de las fallas. Estos son los objetivos de los sistemas de monitoreo, diagnóstico y detección, los cuales se basan en los filtros de FDI.

Consideremos el sistema dinámico dado en (1). Desde el punto de vista matemático, las fallas las representaremos por:

$$F = \sum_{i=1}^f L_i v_i(t), \quad (12)$$

donde  $L_i$  representa la *dirección de la falla*, la cual se supone conocida.  $v_i$  constituye el *modo o patrón de la falla*, la cual es una función temporal desconocida.

Sobre la base de ese modelo de fallas, se asume que la dinámica del sistema se describe por un modelo conocido en espacio de estados y las fallas se representan como términos adicionales en las ecuaciones de estado y de la salida medida. Por lo tanto, un sistema en presencia de falla tiene una dinámica como:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \sum_{i=1}^f L_i v_i(t) \quad (13)$$

$$y(t) = Cx(t).$$

Como se puede notar, esos modelos de detección son adecuados para describir fallas en los actuadores y en los sensores, aunque se pueden elaborar patrones de fallas que describan cambios en la estructura del sistema, lo cuales conforman los cambios en los autovalores del mismo.

El problema básico de detección de cambios se puede dividir en dos etapas. La primera etapa es la generación de residuos. La segunda etapa hace uso de los residuos para la tomas de decisiones adecuadas respecto a la naturaleza posible del cambio detectado.

Una de las técnicas de detección de cambios es el diseño de filtros de detección. Los filtros de detección son clases particulares de observadores ó filtros de generación de residuos con características direccionales que pueden estar asociadas con algún cambio conocido referido a los modos de falla del sistema, (Beard, 1971; Jones, 1973; Massoumnia, 1986).

Una extensión importante del problema diseño de filtros de detección se presenta en (Szigeti et al., 1997), donde, haciendo uso de conceptos algebraicos y geométricos se diseñan filtros de detección de fallas para sistemas variantes en el tiempo lineales basados en una caracterización de la observabilidad de dichos sistemas. Esa caracterización permite diseñar los filtros de detección mediante observadores generalizados de Luenberger.

En resumen, las consideraciones iniciales para el diseño de filtros de detección de fallas corresponden a:

- Las fallas pueden considerarse como términos aditivos a la dinámica del proceso.
- Las fallas están estructuradas por una dirección de falla  $L_i$  y un modo de falla  $v_i(t)$ .
- La dirección de falla  $L_i$ , es conocida o se puede obtener.
- Los modos de fallas  $v_i(t)$  es una función desconocida, arbitraria y dependiente del tiempo.
- Los vectores de las direcciones de fallas son linealmente independientes.
- Los vectores de las direcciones de fallas no deben pertenecer al núcleo de la matriz  $C$ .

Un filtro de detección de fallas para el sistema (13), basado en el observador clásico de Luenberger, estará representado por la dinámica:

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + D(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t); \end{aligned} \quad (14)$$

donde  $D$  es la ganancia del filtro, la cual debe seleccionarse para garantizar la detección de fallas (estabilidad asintótica) y la separación de las fallas.

Si se define un error como:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t), \quad (15)$$

entonces, el comportamiento dinámico de dicho error, para el sistema sometido a falla, de acuerdo a la ecuación (13) estará regido por

$$\dot{e}(t) = (A - DC)e(t) + \sum_{i=1}^f L_i v_i(t) \quad (16)$$

$$\eta(t) = Ce(t).$$

Si la ganancia  $D(t)$  es tal que el filtro resulta ser estable, entonces es posible la generación de los residuos para la detección de fallas.

Para que las fallas sean detectables sus espacios de alcanzabilidad deben pertenecer al sub-espacio observable del par  $(A, C)$ .

Sea  $U_0$  el sub-espacio inobservable para el sistema (13). Sea:

$$W_{L_j} = \text{Im} (L_j), \quad j = 1, 2, 3, \dots, f \quad (17)$$

Se puede construir una condición de detectabilidad para las fallas, (Massoumnia, 1986):

*Teorema 1.* Sea el sistema dinámico representado por (13), con el par  $(C, A)$  detectable. Entonces, la  $i$ -ésima falla,  $i=1, \dots, f$ , es detectable si

$$W_{L_j} \cap U_0 = \{0\} \quad j = 1, 2, \dots, f. \quad (18)$$

Prueba. Ver (Massoumnia, 1986; White y Speyer, 1987).

Si las fallas son detectables es suficiente seleccionar  $D$  que garantice la estabilidad asintótica del filtro para producir los residuos.

Para que las fallas puedan ser separables en el espacio de la salida, debe existir la posibilidad de que a cada falla en particular se le asigne una dirección única en los residuos. Esto se establece mediante la siguiente condición de separabilidad:

*Teorema 2.* Sea el sistema descrito por (13). La matriz de observabilidad del sistema es  $O$ . Sea el sub-espacio  $W_{L_i}$ . Entonces, las fallas son separables si cada uno de los  $W_{L_i}$  y cada una de las direcciones de las fallas en el espacio de la salida del error de estimación están aisladas, es decir, si:

$$O W_{L_i} \cap \sum_{j \neq i}^f O W_{L_j} = \{0\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, f. \quad (19)$$

Prueba. Ver (Massoumnia, 1986).

Cuando la condición de separabilidad de la falla se cumple, entonces podemos construir un filtro, el cual permite generar los residuos únicamente cuando la fallas están presente y, al mismo tiempo, se le asignan direcciones particulares en el espacio de la salida a través de  $C$ .

Las condiciones de detección y de separación de fallas permiten establecer los criterios para determinar y aislar los niveles de saturación de los actuadores.

#### 4 Generación de la señal $u_m$ mediante filtros de FDI

Los esquemas de compensación de AWBT hacen uso de una medición o estimado de  $\hat{u}$  que hemos denominado  $u_m$ . En la práctica se reconoce la dificultad de obtener tal valor. Un primer estimado de  $\hat{u}$  se puede derivar a través de un modelo del tipo de no linealidad representada por  $f(u)$ . Desde el punto de vista de implementación, el modelo generará el valor estimado a emplear en el cálculo de la compensación, tal como se ilustra en la Fig. 4.

El valor estimado en este caso será  $u_m = P_{32}(s)u_1$ . El problema, en este caso, es que si ocurren cambios en la caracterización no lineal del actuador, la misma no se refleja de forma inmediata en el modelo, de modo que esos

cambios no se reflejan en el control y el deterioro del desempeño se puede presentar nuevamente.

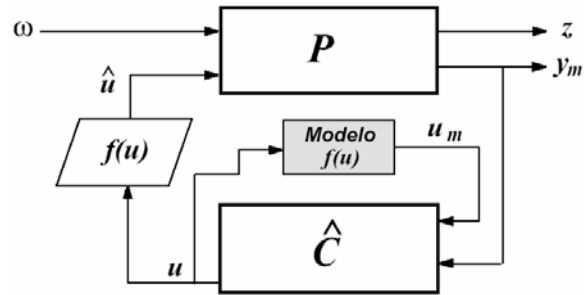


Fig. 4. Implementación de AWBT con un modelo de la no linealidad.

Cuando existe la dificultad de obtener un modelo de la no linealidad, se debe proceder con técnicas que permitan determinar un estimado de  $\hat{u}$  a través de las señales disponibles. Este es el caso de la generación de residuos mediante filtros de FDI, tal como se muestra en la Fig. 5.

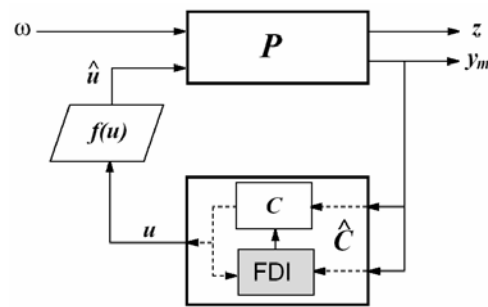


Fig. 5. Implementación de compensación AWBT con filtros de FDI.

Consideremos el sistema dinámico (1). Supongamos que  $p \leq q$ . Su correspondiente modelo de diagnóstico a los fines de FDI está dado en (13). Recordemos que una falla se hace presente en un cierto tiempo  $t_f$ , momento en el cual  $v(t_f) \neq 0$ . Así, existe una correspondencia en cuanto a la definición de falla y la señal residual usada para compensación. Esto nos permite modelar el estado de saturación de un actuador como una falla.

Si se define:

$$v(t) = u(t) - \hat{u}(t), \quad (20)$$

entonces, en ausencia de saturación  $v(t)=0$ . En el momento que ocurra la saturación  $v(t) \neq 0$ . Así, para completar el modelo de la fallas, las direcciones de las fallas  $L_i$ ,  $i=1, 2, \dots, p$ , son las columnas de la matriz de control  $B$ . Así, a los fines de determinar la saturación se utiliza el modelo de diagnóstico:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + \sum_{i=1}^p L_i \hat{u}_i(t) \\ y(t) &= Cx(t);\end{aligned}\quad (21)$$

donde  $L_i$  son los vectores columnas de  $B$ .

Si la condición de detectabilidad y de separabilidad de las fallas se satisfacen, Teoremas 1 y 2, entonces podemos construir un filtro que asignará direcciones particulares a cada elemento actuador a objeto de determinar si el mismo entra o no en saturación. De allí, es inmediato que se puede obtener  $u_m$ .

En este caso, la dinámica del error de estimación estará dada por:

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= (A - DC)e(t) - \sum_{i=1}^p L_i v_i(t) \\ \eta(t) &= Ce(t).\end{aligned}\quad (22)$$

A partir de (22) y en base a la caracterización de las fallas en el caso de la saturación, se puede derivar que:

$$\begin{aligned}U_m(s) &= \eta(s) + C(sI - A + D)^{-1}BU(s) \\ &= C(sI - A + D)^{-1}B\hat{U}(s)\end{aligned}\quad (23)$$

Esto es:

$$u_m(t) = \eta(t) + [C(sI - A + D)^{-1}B] u(t) \quad (24)$$

$$\begin{aligned}&= [C(sI - A + D)^{-1}B] \hat{u}(t) \\ &= P_{32} \hat{u}(t)\end{aligned}\quad (25)$$

Dado que  $u(t)$  se puede medir, la conformación de  $u_m(t)$  es inmediata:

$$u_m(t) = \eta(t) + P_{32} u(t) \quad (26)$$

Este método tiene la ventaja que cualquier cambio en las condiciones de saturación se puede reflejar en la conformación de la señal  $u_m(t)$ .

Si bien hemos utilizado, en el procedimiento, un filtro clásico de FDI, la aplicación de observadores generalizados es obvia, lo importante es que la condición de separabilidad sea satisfecha.

## 5 Ejemplo numérico

Sea el sistema linealizado de un reactor por lote inestable descrito por, (Damen y Weiland, 2001):

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} 1,3800 & -2,2077 & 6,7150 & -5,6760 \\ -0,5814 & -4,2900 & 0 & 0,6750 \\ 1,0670 & 4,2730 & -6,6540 & 5,8930 \\ 0,0480 & 4,2730 & 1,3430 & -2,1040 \end{pmatrix} x(t) + \\ & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 5,6790 & 0 \\ 1,1360 & -3,1460 \\ 1,1360 & 0 \end{pmatrix} u(t), \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} x(t).\end{aligned}$$

En este caso se suponen actuadores que se saturan en los siguientes límites:

$$u_{1_{\min}} = 0, \quad u_{1_{\max}} = 3, \quad u_{2_{\min}} = 0, \quad u_{2_{\max}} = 18,85$$

En base a la metodología de diseño por compensación, se construye un controlador estabilizante y para seguimiento de señales tipo escalón. Un tal controlador es un PI multivariable dado por:

$$C(s) = \begin{pmatrix} 0 & K_i \\ I & K_p \end{pmatrix},$$

donde:

$$K_p = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2,5 & 0 \end{pmatrix}, \quad K_i = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2,8 & 0 \end{pmatrix}.$$

La compensación se realiza a través de la técnica de rebote *anti-reset*, (Åström y Rundqwist, 1989), para lo cual el controlador resultante es:

$$\hat{C}(s) = \begin{pmatrix} 0 & K_i - K_r \\ I & K_p \end{pmatrix}$$

donde  $K_r$  es la ganancia de realimentación de la diferencia entre  $u$  y  $\hat{u}$ . Particularmente se ha seleccionado como tal ganancia lo siguiente:

$$K_r = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{pmatrix}.$$

En virtud que el sistema satisface las condiciones de detectabilidad y separabilidad de fallas, la señal de residuo  $v(t) = u(t) - \hat{u}(t)$  se obtiene a partir de un filtro de FDI, cuya ganancia seleccionada es:

$$D = \begin{pmatrix} 6,7150 & -0,2077 \\ 0 & 5,7100 \\ -5,8930 & 4,2730 \\ 1,3430 & 4,2730 \end{pmatrix}$$

Las simulaciones para el sistema sin saturación, con saturación y sin compensación, y saturación con compensación se muestran en las siguientes Figs.:

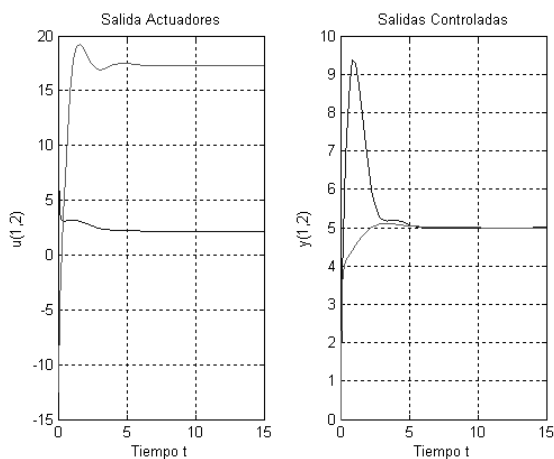


Fig. 5. Respuestas del sistema para el caso sin saturación.

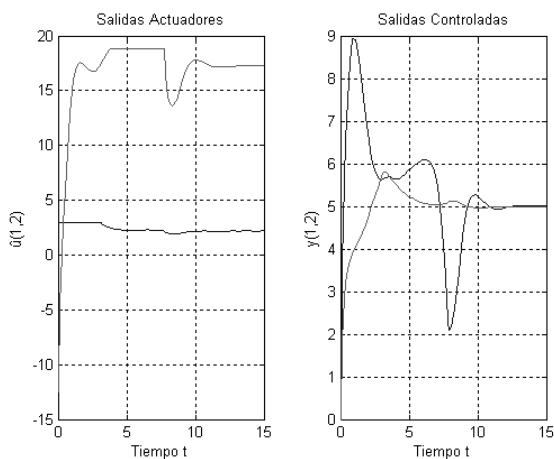


Fig. 6. Respuestas del sistema para el caso sin compensación.

Se puede notar de la Fig. 6 el efecto de la saturación en la respuesta del sistema. Se observa un deterioro significativo del comportamiento con relación al caso sin saturación, Fig. 5. A través de la compensación, Fig. 7, se logra mejorar el comportamiento del sistema de manera similar al caso sin saturación. Cualquier cambio sobre los niveles de saturación, el mecanismo de detección de los mismos permite una actualización inmediata lográndose la compensación necesaria.

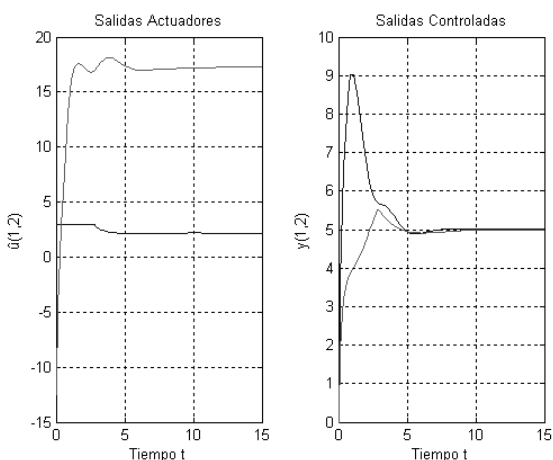


Fig. 7. Respuestas del sistema para el caso con compensación rebote anti-reset.

## 6 Conclusiones

Basados en los filtros de detección y diagnóstico de fallas, se ha presentado una técnica para la implantación de los métodos de compensación al problema de saturación del actuador en los sistemas lineales. Los filtros de detección permiten generar la señal residual de la diferencia entre la salida del controlador y la salida del actuador, la cual es necesaria para la compensación.

La señal residual se puede obtener si las condiciones de detectabilidad y separabilidad de fallas son satisfechas. Este técnica tiene la ventaja de que cualquier cambio en las características no lineales del actuador son reconocidas y utilizadas para la compensación de manera inmediata.

## Referencias

- Åström KJ y Rundqwist L, 1989, Integrator windup and how to avoid it, pp. 1693-1698.
- Beard RV, 1971, Failure accommodation in linear systems through self-reorganization, PhD thesis, Mass, Inst. Technol., Cambridge.
- Campo PJ y Morari M, 1990, Robust control of processes subject to saturation nonlinearities, *Comp. & Chem. Engineering*, 14, 343-358.
- Chen J, Patton RJ, 1999, Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems, Kluwer Academic Publisher.
- Damen A y Weiland S, 2001, Robust control, Technical report, Eindhoven University of Technology.
- Gertler JJ, 1998, Fault detection and diagnosis in engineering systems, Marcel Dekker.
- Hanus R y Kinnaert M, 1989, Control of constrained multivariable systems using the conditioning technique, In: Proc. Amer. Control Conference, pp. 1711-1718.
- Hanus R, Kinnaert M y Henrotte JL, 1987, Conditioning



- technique, a general anti-windup and bumpless transfer method, *Automatica* 23, 729-739.
- Iserman R, 1984, Process fault detection based on modeling and estimation methods - a survey, *Automatica* 20(4), 387-404.
- Jones HL, 1973, Failure detection in linear systems, PhD. Thesis, Mass. Inst. Technol., Cambridge.
- Kothare MV y Morari M, 1996, Multiplier theory for stability analysis of anti-windup control systems, Technical Report CIT-CDS 96-012, CalTech.
- Kothare MV y Morari M, 1997, Stability analysis of anti-windup control systems: A re-view and some generalizations, In: Proc. Euro-pean Control Conference ECC97.
- Kothare MV, Campo PJ, Morari M y Nett CN, 1994, A unified framework for the study of anti-windup designs, *Automatica*, 30(12), 1869-1883.
- Massoumnia MA, 1986, A geometric approach to the synthesis of failure detection filters, *IEEE Trans. Automatic Control*, 31(9), 839-846.
- Morari M, 1993, Some control problems in the process industries, essays on control: perspectives in theory and applications, Birhauser.
- Morari M y Zafiriou E, 1989, Robust process control, Prentice Hall.
- Narendra SK y Balakrishnan J, 1997, Adaptive control using multiple models, *IEEE Trans. Autom. Control*.
- Nudelman G y Kulesky R, 2002, New approach for anti-windup in cascade control system, Technical report-1002, The Israel Electric Corporation Ltd.
- Ríos-Bolívar A, 2001, Sur la synthèse de filtres de détection de défaillances, PhD thesis, Université Paul Sabatier, Toulouse.
- Szigeti F, Bokor J, Edelmayer A y Tarantino R, 1997, Fault detection filter design for linear time varying systems: algebraic-geometric approach, In: 4th European Control Conference ECC'97, pp. 891-895.
- White J.E, Speyer JL, 1987, Detection filter design: spectral theory and algorithms, *IEEE Trans. Automatic Control* 32, 593-603.
- Zheng A y Morari M, 1995, Robust control of linear systems with constraints, Technical Report CIT-CDS 95-032, CalTech.
- Zheng A, Kothare MV y Morari M, 1993, Anti-windup design for internal model control, Technical Report CIT-CDS Technical Memo, CalTech.

