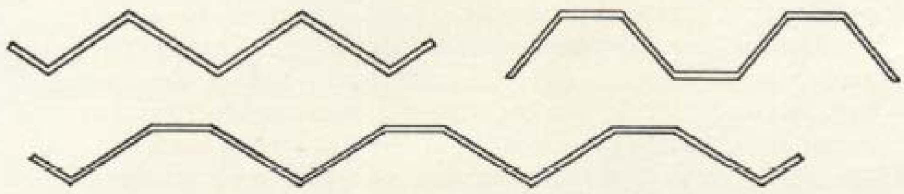
RESOLUCION DE PLEGADURAS SENCILLAS POR UN METODO ITERATIVO

Por:

ING° ROSENDO CAMARGO MORA

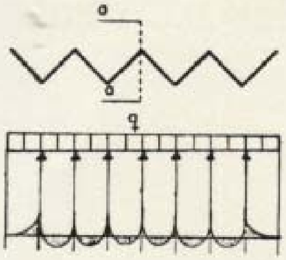
Profesor Agregado

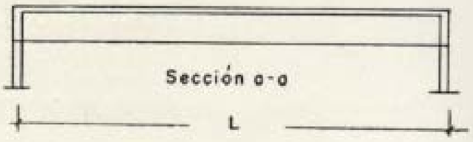
Las losas plegadas (Fig. 1), sometidas a las cargas de viento, peso propio y cualquier otra carga, se calculan según las etapas que abajo se indican.



Etapas de cálculo para una plegadura:

1) Considerando que las aristas de la losa plegada no se desplazan en ningún sentido, se calcula una franja transversal como losa contínua apoyada en dichas aristas, (la arista se define como la línea de concurrencia de dos elementos, por lo tanto el último elemento estará en voladizo), Fig. 2. Con los momentos así obtenidos (y las correcciones por desplazamiento) se determinan los aceros necesarios transversales.





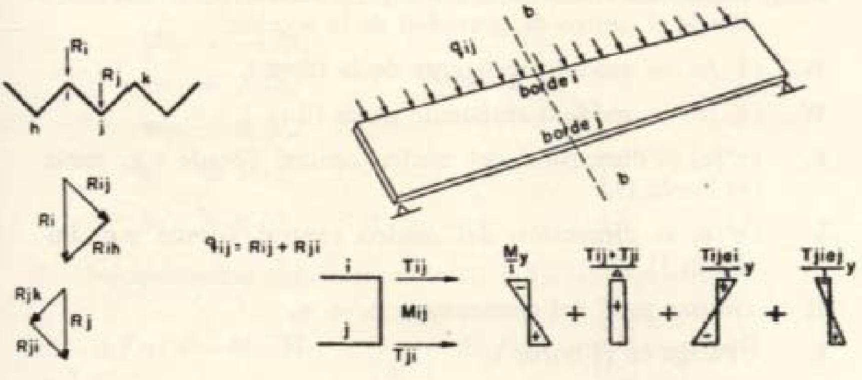
2) De las cargas aplicadas y los momentos obtenidos según el paso (1), se determinan las reacciones de la franja transversal sobre las aristas. Descomponiendo dichas fuerzas según las dos direcciones determinadas por los planos concurrentes a la arista, se obtienen las cargas que tratan de flexar a cada elemento de la plegadura alrededor del eje de mayor resistencia de la sección transversal.

Los esfuerzos producidos por la flexión de los miembros actuando como independientes, producen deformaciones en los bordes del elemento que no necesariamente son iguales a aquellos existentes en el borde común con el elemento adyacente. Para remediar esta incompatibilidad de deformaciones, se corrige el diagrama de esfuerzo obtenido de la flexión independiente del elemento por la superposición de los esfuerzos producidos por las fuerzas de arista T_{ij} y T_{ji} (Fig 3), que actúan paralelamente al eje longitudinal y que se determinan bajo la condición de que las deformaciones producidas en una arista es la misma para los dos elementos concurrentes a ella.

3) Con las cargas transversales aplicadas sobre el elemento $_{ij}$ y las fuerzas variables T_{ij} y T_{ji} actuando longitudinalmente en sus aristas, se determinan los descensos que sufren los elementos. Del desplazamiento relativo entre uno y otro, se corrige la distribución de cargas anteriormente determinada (paso 1, bajo la hipótesis de no desplazamiento de las aristas), y con esta nueva carga se repiten los pasos 2 y 3 hasta que las correcciones sean despreciables.

Este último paso, es generalmente innecesario cuando la inclinación de los elementos de la plegadura es mayor de 32°.

El presente trabajo se refiere a la obtención de los esfuerzos en la plegadura una vez conocidas las cargas, es decir: la iteración se refiere a la superposición de esfuerzos a que se hace referencia en el paso 2.



II. — PLANTEO DE LAS ECUACIONES

II-a) *Nomenclatura*

R_i : Reacción sobre la arista i

R_{ij} : Componente de la reacción R_i dirigida según el plano $_{ij}$ y perpendicular al eje del elemento.

R_{ji} : Componente de la reacción R_j dirigida según el plano $_{ij}$ y perpendicular al eje del elemento.

q_{ij} : $R_{ij} + R_{ji}$ = carga transversal actuando sobre el elemento $_{ij}$ y contenida en su plano.

M_{ij} : Momento flector actuando sobre el elemento $_{ij}$ producido por la carga q_{ij}

T_{ij} : Fuerza de arista en el elemento $_{ij}$, actuando en su borde i.

T_{ji} : Fuerza de arista en el elemento $_{ij}$ actuando en su borde j

I_{ij} : Momento de inercia de la sección del elemento $_{ij}$, alrededor del eje de mayor resistencia.

A_{ij} : Area transversal del elemento $_{ij}$.

r^2 : I_{ij}/A_{ij} = radio de giro al cuadrado.

e_i, e_j : Distancias a los bordes i y j, respectivamente, medidos desde el centro de gravedad de la sección.

W_{ij} : I_{ij}/e_i = módulo resistente de la fibra i.

W_{ji} : I_{ji}/e_j = módulo resistente de la fibra j.

k_i : r^2/e_j = dimensión del núcleo central (desde c.g. hacia el borde i).

k_j : r^2/e_i = dimensión del núcleo central (desde c.g. hahacia j).

H : Altura total del elemento $= e_i + e_j$

f_i : Fatiga en el borde i.

f_j : Fatiga en el borde j.

II-b) *Convención de signos*

i, j : se ordenarán progresivamente de izquierda a derecha.

$M_{ij} \quad = - M_{ij}$

T_{ij} y T_{ji} se considerarán produciendo tracción en su borde de aplicación.

f_i y f_j serán positivos cuando sean de tracción.

II-c) *Ecuaciones* (basadas en Fig. 4).

$$(1) \ldots f_i = M_{ij}/Wi_j + (T_{ij}/A_{ij})\ (1 + e_i/k_i)_j) + (T_{ji}/A_{ij})\ (1 - e_j/kj)$$

$$(2) \ldots f_j = -M_{ij}/W_{ij} + (T_{ij}/A_{ij})(1 - e_j/R_i\, e_j/k_i) + (T_{ji}/A_{ji})\ (1 + e_j/k_i)$$

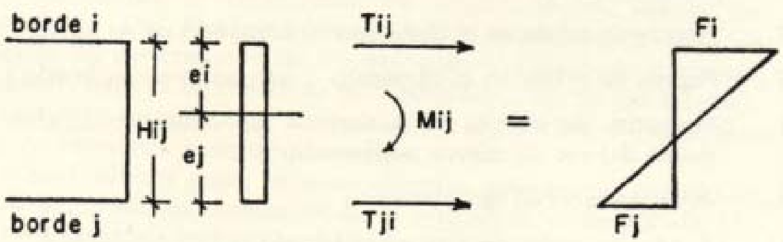


Fig. 4

A partir de ambas ecuaciones y teniendo en cuenta que:

$$M_{ij} = -M_{ji}$$

$$W_{ij} = A_{ij}k_j$$

$$W_{ji} = A_{ij}k_i$$

$$k_i = r^2/e_j$$

$$k_j = r^2/e_i$$

Se obtienen como expresiones de T_{ij} y T_{ji} las siguientes:

$$(3) \ldots T_{ij} = -M_{ij}/H_{ij} + \frac{r^2+e_j^2}{H^2_{ij}} A_{ij}\, f_i + \frac{-r^2+e_je_i}{H^2_{ij}} a_{ij}f_j$$

$$(4) \ldots T_{ji} = -M_{ji}/H_{ij} + \frac{r^2+e_i^2}{H^2_{ij}} A_{ij}f_j + \frac{-r^2+e_ie_j}{H^2_{ij}} A_{ij}f_i$$

Denominando por:

$$(5) \ldots a_{ij} = A_{ij}(r^2 + e_j^2)/H^2_{ij}$$

$$(6) \ldots b_{ij} = A_{ij}(e_ie_j - r^2)\, H^2_{ij}$$

se obtiene como expresión final de T_{ij}:

$$(7) \ldots T_{ij} = -M_{ij}/H_{ij} + a_{ij}f_i + b_{ij}f_j$$

II-d) *Base del método iterativo*

La condición de equilibrio en la arista impone que la suma de las fuerzas de aristas actuando en el borde, sea cero:

SUMATORIA DE T_{ij} EN LA ARISTA $i = O$

La condición de compatibilidad de deformaciones en el borde, implica igualdad de esfuerzos en el borde común (debido a la proporcionalidad entre esfuerzos y deformaciones)

De las dos condiciones antes enunciadas, se obtiene:

$$(8) \ldots \Sigma T_{ij} = -\Sigma(M_{ij}/H_{ij}) + \Sigma(a_{ij})\, f_i + \Sigma(b_{ij}f_j) = O$$

Despejando f_i de la ecuación (8), queda:

$$(9) \ldots f_i = \frac{\Sigma(M_{ij}/H_{ij})}{\Sigma a_{ij}} - \frac{\Sigma(b_{ij}f_j)}{\Sigma a_{ij}}$$

y denominando el coeficiente de cada f_j por:

$$(10) \ldots x_{ij} = b_{ij}/a_{ij}$$

se obtiene finalmente la ecuación base para la iteración

$$(11) \ldots f_i = \frac{\Sigma(M_{ij}/H_{ij})}{\Sigma a_{ij}} - \Sigma(x_{ij}\, f_j)$$

II-e) *Simplificaciones*

1) El último elemento de la plegadura tiene el borde exterior libre, por lo tanto en él no existe fuerza de arista.

$$T \text{ (borde libre)} = O = T_{0-1}$$

De la ecuación (7), la expresión para T_{0-1} es:

$$T_{0-1} = -M_{0-1}/H_{0-1} + a_{0-1}\, f_0 + b_{0-1}f_1$$

de donde:

$$f_0 = M_{0-1}/(H_{0-1}\, a_{0-1}) - f_1\,(b_{0-1}/a_{0-1})$$

Sustituyendo dicho valor en la expresión de T_{1-0}:

$$T_{1-0} = -M_{1-0}/H_{1-0} + a_{1-0}f_1 + b_{1-0}f_0$$

$$T_{1-0} = -(M_{1-0}/H_{1-0})(1 + b_{1-0}/a_{1-0}) + (a_{1-0} - b_{0-1}b_{1-0}/a_{1-0})f_1$$

pudiendo escribirse como:

$$T_{1-0} = -M'_{1-0}/H_{0-1} + a'_{1-0}\, f_1 \quad y \quad b'_{1-0} = 0$$

siendo:

$$M'_{1-0} = M_{1-0}(1 + b_{1-0}/a_{-01})$$

$$a'_{1-0} = (a_{1-0} - b_{0-1}b_{1-0}/a_{1-0})$$

2) Simplificación de plegaduras simétricas en forma y carga, con el eje de simetría pasando por una arista.

Sea "s" la arista de simetría y rs y st los elementos concurrente a la arista "s". Por simetría, los momentos, fatigas correspondientes y características geométricas de los elementos rs y st son iguales.

Hechas estas consideraciones, la expresión para la fatiga en s es (obtenida de la ecuación (11)):

$$f_s = M_{sr}/(H_{rs}a_{sr}) — 2x_{sr}\ f_r$$

y sustituyendo este valor en la expresión de T_{rs}, se obtiene:

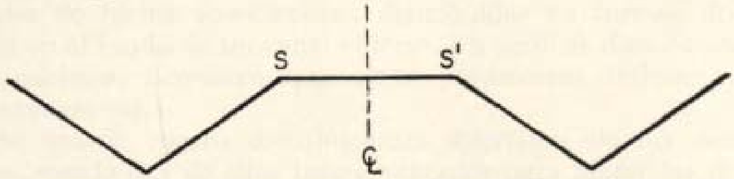
$$T_{rs} = —M'_{rs}/H_{rs} + a'_{rs}f_r \qquad b'_{rs} = 0$$

donde:

$$M'_{rs} = M_{rs}(1 + b_{rs}/a_{rs})$$

$$a'_{rs} = (a_{rs} — b_{rs}b_{sr}/a_{sr})$$

3) Simplificación de plegaduras simétricas en forma y carga, con el eje de simetría pasando por la mitad de un elemento (Fig. 5).



Sea el elemento ss' el elemento cortado por el eje de simetría. En él se cumple que:

$$M_{ss'} = —M_{s's} = 0$$

$$f_s \quad = f_{s'}$$

Luego:

$$T_{ss'} = a_{ss'}\ f_s + b_{ss'}\ f_{s'} = (a_{ss'} + b_{ss'})f_s$$

$$T_{ss'} = a'_{ss'}f_s$$

donde:

$$a'_{ss'} = a_{ss'} + b_{ss'} \quad \text{y} \quad b'_{ss'} = 0$$