

La Evaluación del Aprendizaje Geométrico Centrada en el Estudiante

Sergio García

Universidad Nacional Experimental de Guayana

sgarcia@uneg.edu.ve

Resumen

El presente artículo constituye una síntesis descriptiva del proceso de evaluación del aprendizaje geométrico, cuando ella se centra en el estudiante. Los aportes de la psicología socio-histórica y de la pedagogía crítica, entre otras corrientes psicológicas y pedagógicas, permiten entender este proceso como altamente complejo, al tomar en consideración al estudiante, los condiscípulos, el profesor, el conocimiento geométrico, las relaciones sociales y el contexto donde se desarrolla el mismo. Este trabajo se inicia con la concepción de la geometría, su historia y estructura categorizada como declarativa, procedimental, estratégica y metacognitiva, para luego insertarla de manera natural en cada fase de su aprendizaje: sensibilización, atención, adquisición, personalización, recuperación y transferencia. Esto permite al estudiante, al tomar también en consideración las relaciones sociales y el contexto, establecer las estrategias, métodos y técnicas más adecuadas a sus intereses y estilo cognitivo y metacognitivo, para evaluar el aprendizaje particular de la geometría. Finalmente, se plantea un procedimiento derivado de esta descripción que consiste en un cruce de oportunidades y posibilidades de evaluación entre las categorías del conocimiento geométrico y las fases de su aprendizaje, donde el profesor orienta al estudiante conjuntamente con los condiscípulos, en un ambiente de trabajo compartido.

Palabras clave: Geometría, aprendizaje geométrico.

Abstract

The present article constitutes a short description of the process of assessment of learning geometry, when it is centered in the pupil. The contributions of the socio-historical psychology and the critical pedagogy, among others psychological and pedagogical theories, allow to understand this process as highly complex, considering the pupil, the schoolmates, the teacher, the geometric knowledge, the social relations and the context where it takes place. This work initiates with the conception of the geometry, its history and structure categorized as declarative, procedural, strategic and metacognitive, and afterwards insert it in a natural way in each learning's phase: sensitiveness, attention, acquisition, personalization, recuperation and transference. This allows to the pupil, considering the social relations and the context as well, to establish the strategies, methods and technics more adapted to his interests and cognitive and metacognitive style, to assess the particular learning of the geometry. Finally, I propose a method derived from this description which consists

in a cross of opportunities and possibilities of assessment between the categories of the geometric knowledge and the phases of learnings, where the teacher orientates the pupil jointly with the schoolmates, in a share working atmosphere.

Key words: Geometry, learning geometry.

Los aportes psicológicos y pedagógicos de finales del siglo XX, especialmente los de la psicología socio-histórica y la pedagogía crítica, llevaron a concebir a la evaluación del aprendizaje como un proceso investigativo centrado en el estudiante, construida y compartida con otros, y asociada a los procesos inteligentes, de pensamiento y de conciencia del estudiante y de otros, y en el marco de las interrelaciones existentes entre el conocimiento y los procesos de aprendizaje.

De estos aportes se desprende que para construir y compartir la evaluación del aprendizaje matemático, en cualquier nivel educativo, se deben considerar: (a) las características físicas, fisiológicas, psicológicas, sociológicas y educacionales del estudiante y la de los discípulos, así como sus motivaciones, actitudes e intereses hacia la matemática, igualmente las concepciones y comprensión de otros, la estructura y dinámica de las relaciones psicosociales y de poder presente en el proceso y el contexto sociocultural, político e institucional en el cual está inserta dicha evaluación; (b) el conocimiento matemático que comprende la concepción sociohistórica de cada una de las subáreas de la matemática (álgebra, análisis, geometría, estadística), así como su naturaleza, estructura, parámetros, normas, métodos y aplicaciones derivados de ellas; y (c) la existencia de interrelaciones entre este conocimiento matemático y los procesos inherentes de aprendizaje: procesos cognitivos y metacognitivos del estudiante basados en la comprensión específica de cada subárea de la matemática.

En el presente trabajo se abordan los dos últimos aspectos, referidos específicamente a la geometría; es decir, abordaremos la concepción de la geometría y su estructura, así como los procesos de aprendizaje propios de ella, lo que permitirá proponer algunas orientaciones y recomendaciones para evaluar el aprendizaje geométrico centrada en el estudiante y definir, luego, las estrategias, métodos y técnicas más adecuadas.

Concepción de la Geometría

La palabra geometría la usa por primera vez el historiador griego Herodotus (500 A. C.), con el significado de “medida de la tierra”, al escribir sobre cómo el pueblo antiguo de Egipto rescataba sus tierras después de las inundaciones del río Nilo; sin embargo, antiguas civilizaciones (babilónica, hindú y china) poseían mucha información sobre esta concepción. Por ejemplo, los babilónicos, del 2.000 al 1.600 A. C. consideraban, de manera intuitiva, a la circunferencia de un círculo como tres veces el diámetro, relación encontrada también en la literatura china; así como conocían el teorema de Pitágoras mucho antes de que este matemático griego naciera.

Por su parte, los egipcios antiguos encontraron, entre otras, la fórmula correcta para calcular el volumen de la pirámide de base cuadrada, pero dichos descubrimientos no fueron considerados por ellos como parte de una ciencia, sino más bien como un grupo de reglas sin ninguna justificación.

Tales de Mileto (600 A. C.), sabio griego, conociendo algunas propiedades de los triángulos congruentes, establece las primeras demostraciones de teoremas geométricos mediante razonamientos lógicos y deductivos. Esta sistematización de la geometría, realizada por Tales de Mileto, fue continuada por Pitágoras (572 A. C.) y sus discípulos por dos siglos más. Pitágoras enseñaba las misteriosas y maravillosas propiedades de los números, con lo cual llegó a calcular, de manera exacta, los radios de los intervalos armónicos de la música occidental que hoy se conoce. Es también conocido que Pitágoras demostró la existencia del número irracional “raíz de dos (2)” a través de la longitud de la diagonal de un cuadrado unitario. Con la demostración de la irracionalidad de la longitud de este diagonal, Platón (400 A. C.) ilustra el método de la demostración indirecta (reducción al absurdo).

Euclides (300 A. C.), discípulo de la escuela platónica, produjo el famoso tratado de geometría y

teoría de números “Elementos” de trece volúmenes, obra maestra que compiló la experiencia y los logros de sus predecesores y que dominó la enseñanza de la geometría por muchos años. Su método axiomático es el prototipo de todo lo que hoy se conoce como “matemática pura”, pura en el sentido de “pensamiento puro”: no se necesitan experimentos físicos para verificar que las proposiciones son correctas, sólo el razonamiento en las demostraciones deben ser verificadas.

En el Siglo XIX la geometría euclideana tiene sus primeros opositores con Bolyai, Gauss, Lobachevsky y Riemann, quienes plantean la geometría no euclideana (geometría hiperbólica, geometría elíptica, entre otras). Con Riemann se inicia la geometría diferencial y con Hilbert la geometría algebraica.

Estructura del Conocimiento Geométrico

Los procesos de pensamiento geométrico estimulan el aprendizaje práctico que le permite al estudiante relacionar los conocimientos geométricos, establecer categorías y generalizaciones teóricas modificables en lo particular, para adquirir experiencia en la resolución de los problemas específicos de esta subárea de la matemática.

Ahora bien, tomando en consideración que el conocimiento se puede categorizar en declarativo, procedimental (Ryle, 1949), estratégico (Gagné, 1985) y metacognitivo (Flavell, 1976), hay que identificar estas categorías para la geometría.

El Conocimiento Geométrico Declarativo

El conocimiento declarativo consiste de relaciones semánticas entre conceptos, las cuales no son más que ideas o formas que concibe el entendimiento o pensamiento sobre un objeto en particular, expresado con palabras o símbolos (términos).

Este conocimiento se puede representar en la mente de cuatro maneras: proposiciones, imágenes, ordenaciones lineales (nivel elemental) y esquemas (nivel superior).

Sin embargo, para poder intercambiar estas representaciones debe existir un mínimo de entendimiento mutuo sobre el significado de las palabras y símbolos que se usan en un discurso, lo

cual se traduce en un requerimiento de entrada en la medida que se usan consistentemente términos familiares. Al usar un término no familiar, surge el derecho a demandar una definición del mismo, que no puede darse arbitrariamente sino que debe estar sujeto a reglas de razonamiento colectivo.

En este sentido, no se puede definir cada término, ya que éste debe estar definido, a su vez, usando otros términos, y para estos últimos requeriríamos otros más, y así sucesivamente. Si no se dejan algunos términos sin definir, se estaría en una regresión infinita. Por tal razón, a continuación se proponen ciertos «términos geométricos indefinidos», entre otros, para poder, en consecuencia, exponer proposiciones, imágenes, ordenaciones lineales y esquemas.

Términos Geométricos Indefinidos. Punto, plano, línea, recta, estar sobre, estar entre, congruente, punto común, intersección, borde, centro, conjunto, elemento, lado, opuesto, adyacente, consecutivo, longitud, ancho, largo, medida, superficie, figura, metro, centímetro.

Proposiciones e Imágenes Geométricas. Tomando en consideración los términos geométricos indefinidos, antes expuestos, se pueden elaborar, entre otras, las siguientes proposiciones geométricas, las cuales bien pueden ser consideradas como imágenes geométricas debido a su visualización inmediata: línea poligonal, segmento, polígono, diagonal, vértice, ángulo, polígono regular, equilátero, equiángulo, triángulo, cuadrilátero, pentágono, hexágono, heptágono, octógono, eneágono, decágono, rectángulo, rombo, trapecio, línea cóncava o convexa, triángulo acutángulo, triángulo escaleno, triángulo obtusángulo, triángulo isósceles, hipotenusa, cateto, base, altura, mediana, mediatriz, bisectriz, ortocentro, incentro, circuncentro, simetría, rotación, paralelo, perpendicular, transversal, paralelogramo, área, figura equivalente, ángulos complementarios, ángulos suplementarios, circunferencia, cuerda, radio, diámetro, arco, círculo, recta secante, recta tangente, cuerpo, cara, arista, paralelepípedo, prisma, pirámide, cilindro, cono, esfera, cubo, volumen, proyección, inclinación, pendiente, coseno director, recta.

Esquemas Geométricos. Una mayor elaboración del conocimiento geométrico declarativo se traduce en los siguientes esquemas, entre otros:

geometría analítica, trigonometría, curvas trigonométricas, seno, coseno, tangente, cosecante, secante, cotangente, amplitud, período, frecuencia, ángulo de fase, lugar geométrico, parábola, hipérbola, elipse, sección cónica, excentricidad, foco, centro, vértice de una curva, polo, coordenadas rectangular, polar, esférica y cilíndrica, superficies cuádricas, elipsoide, hiperboloide, paraboloides hiperbólico, paraboloides elíptico, superficies en revolución, geometría euclídeana y no euclídeana, geometría hiperbólica, geometría esférica, modelos de Poincaré, horociclo, hiperciclo, horosfera, pseudoesfera, geometría elíptica, perspectividad, punto antipodal, geometría Riemanniana, variedad riemanniana, geometría diferencial, curvatura geodésica, curvatura gaussiana, variedad diferenciable, geometría simpléctica, sistemas hamiltonianos, foliaciones lagrangianas.

Conocimiento Geométrico Procedimental

El conocimiento geométrico procedimental trata sobre cómo hacer las cosas en geometría, representado por un sistema de producción donde cada producción contiene una condición y una acción. De acuerdo con esta definición existen los siguientes algoritmos geométricos, entre otros: medición, construcción gráfica, construcción volumétrica, localización geométrica, operaciones con ángulos, métodos para construir ecuaciones empíricas, geometría demostrativa o geometría racional o deductiva, traslación y rotación de ejes, transformación de coordenadas, demostración axiomática, principio de superposición, postulados de Euclides, teorema de Pitágoras, teoremas del seno y del coseno, geometría neutral, demostración formal, axiomas de Hilbert, axiomas de congruencia y de continuidad, axiomas de separación.

Por su parte, la resolución de ejercicios y problemas geométricos requiere de la aplicación de los algoritmos mencionados anteriormente y de las proposiciones y teoremas necesarios para su resolución, así como las demostraciones correspondientes. En todo caso, estos procesos se revisten de un razonamiento lógico, deductivo, formal y correcto, y un uso adecuado del discurso geométrico.

Conocimiento Geométrico Estratégico

El conocimiento geométrico estratégico surge de la habilidad y destreza de cada individuo para construir gráficamente figuras planas y espaciales, así como sus elementos que las conforman; medirlos y comprender y manipular las relaciones matemáticas existentes entre ellos. De la misma manera, este conocimiento contempla la capacidad para transformar dichas figuras mediante la traslación y rotación de los ejes específicos de acuerdo a las coordenadas de referencia; además de aplicar el razonamiento lógico-deductivo y el proceso axiomático en la construcción de esquemas geométricos y del conocimiento geométrico procedimental.

En este sentido, las diferencias individuales en cuanto a la visualización, graficación, razonamiento y axiomatización, determinan el desempeño académico del estudiante sobre esta subárea de la matemática.

La geometría se caracteriza por ser visual, con un conocimiento declarativo eminentemente gráfico y por desarrollar procesos de demostraciones lógicas, deductivas y axiomatizadas. Con el uso de un lenguaje concreto muy particular, coherente y bien hilvanado, es fundamental desarrollar los siguientes conocimientos estratégicos que pudieran organizar, estructurar y comprender, con mejor pronóstico, el aprendizaje geométrico y, por ende, su evaluación:

*Una observación cuidadosa y permanente, por parte del estudiante, sobre los signos, símbolos y términos que conforman el conocimiento geométrico; una lectura minuciosa del discurso gráfico y escrito para una mayor apreciación e interpretación; y la destreza para dibujar, con lo cual se promueve la visualización del conocimiento declarativo y la precisión en el trazo.

*El empleo preciso del lenguaje geométrico, para lo cual el discurso oral del conocimiento geométrico es imprescindible, porque permite relacionar el sonido con el símbolo geométrico, los fonemas con las sílabas, la palabra con la frase geométrica, y la frase con la oración geométrica. De esta manera, con la cabal comprensión conceptual del lenguaje geométrico, el estudiante podrá entender y construir significativamente

conocimientos geométricos declarativos y procedimentales.

*La capacidad creativa para construir gráfica y axiomáticamente conocimiento geométrico, lo cual se logra con el pensamiento visual e imaginario y la concentración, relacionando los nuevos contenidos con los anteriores, seccionando las tareas complejas y esquematizando dicho conocimiento.

*La capacidad recuperativa, con la cual el alumno pueda hilvanar, de manera lógica y deductiva, los conocimientos geométricos construidos gráfica y axiomáticamente, resaltando los conceptos más importantes y los elementos claves, además de desarrollar la capacidad de conectarlos y aplicarlos en la construcción de otros conocimientos geométricos.

*El orden en el material escrito, como definiciones, dibujos, gráficas, teoremas y demostraciones escritos en cuadernos, lo cual es fundamental para organizar el conocimiento geométrico, resaltando las ideas capitales, confeccionado autopreguntas y elaborando resúmenes.

*La habilidad para resolver problemas geométricos involucrados en el contexto de otras disciplinas, aplicando los conocimientos geométricos de manera lógica y precisa.

Como estrategias de procesamiento son importantes:

*La repetición, para lo cual la técnica de preguntas y respuestas es muy útil, así como restablecer y parafrasear el discurso propio del conocimiento geométrico.

*Elaborar conexiones de las ideas principales, organizándolas en estructuras tales como redes y árboles.

*Establecer analogías con el conocimiento de otras ciencias, de tal manera que el conocimiento geométrico sea un vehículo que permita la solución de problemas reales, especialmente aquellos referidos a la ingeniería, la arquitectura, entre otras disciplinas.

Las estrategias de personalización del conocimiento geométrico comprenden:

*El pensamiento deductivo y axiomático para entender y comprender el enunciado de problemas y las demostraciones de teoremas geométricos, y poder así identificar la estrategia de solución en cada uno de ellos que involucre el conocimiento geométrico más adecuado.

*El pensamiento creativo, orientador del trabajo para la solución de problemas arquitectónicos y de ingeniería, aplicando los diferentes métodos y técnicas de la geometría que mejor se adapten a las diferencias individuales.

Conocimiento Geométrico Metacognitivo

Para construir y desarrollar el conocimiento geométrico metacognitivo es fundamental tomar en consideración el metalenguaje y la metaatención. El primero se refiere al aprendizaje de la fonología, la sintaxis y la semántica que caracterizan al conocimiento geométrico, dado el uso de un lenguaje muy particular; y la segunda, a una estrategia que tome en consideración la actitud, motivación, interés y esfuerzo del estudiante durante el desarrollo de tareas y estrategias de aprendizaje y de evaluación.

De igual manera, para construir y desarrollar este conocimiento es fundamental considerar el razonamiento lógico y deductivo, con el cual el alumno está claramente consciente de la precisión y rigurosidad axiomática en la secuencia de ideas geométricas, demostraciones y procesos de resolución de problemas.

Las estrategias metacognitivas que favorecen el aprendizaje geométrico están dirigidas hacia:

*La conciencia, con la intencionalidad de referir la geometría a contextos reales para la resolución de problemas.

*El control, con el cual el pensamiento lógico y deductivo conduce a seleccionar adecuadamente las metas u objetivos, toma de decisiones y ejecución de planes tanto para resolver problemas como demostrar teoremas geométricos; así como la coordinación en la dirección de los procesos geométricos inherentes en los mismos.

*La autopoiesis (Mayor y otros 1995), la cual involucra una recursividad para insertar elementos o procesos de la geometría durante la resolución

de ejercicios y problemas reales y en demostraciones de teoremas; y una retroinformación que permita la auto-organización secuencial y rigurosa del aprendizaje geométrico.

*La cognición, con representaciones gráficas o dibujos, y procesos axiomáticos para desarrollar el razonamiento lógico y deductivo; además de la regulación y ordenamiento de las ideas hilvanadas propias de la geometría, la adaptación de las mismas al contexto de la ingeniería y la arquitectura, entre otras ciencia, la flexibilidad para aceptar alternativas de interacción entre la geometría y las demandas de los problemas, y la práctica permanente del ejercicio y la demostración.

*El sujeto, que tome en cuenta los conocimientos geométricos previos del alumno, sus habilidades, actitudes y motivación; las cuales se diferencian de otros, debido a procesos previos del aprendizaje geométrico y la adaptabilidad a los procesos de demostración y de resolución de ejercicios y problemas concretos.

*La actividad, donde los ejercicios y problemas así como las demostraciones, se adecúen a los conocimientos geométricos previos y las estrategias cognitivas y de aprendizaje permitan especificar las metas en las soluciones y demostraciones a través de la representación gráfica, la axiomatización y la selección apropiada de reglas propias de la geometría.

*El contexto, donde sea natural el desarrollo del conocimiento geométrico en la solución de problemas de ingeniería y arquitectura, y situar así su aprendizaje de manera articulada, con relevancia y pertinencia.

*El recuerdo, con las siguientes estrategias a desarrollar: (a) de elaboración, categorizando elementos geométricos y estableciendo relaciones lógicas entre ellos (b) de recuperación, a través de la representación gráfica y patrones de demostración, y (c) de control, con evocaciones derivadas de acontecimientos contextualizados.

Procesos de Aprendizaje Geométrico

El aprendizaje geométrico se desarrolla a través de una serie de procesos cognitivos basados en la comprensión del conocimiento. El estudiante aprende cuando manipula y construye el conocimiento para sí

mismo.

El aprendizaje geométrico es un proceso socialmente mediado, en el cual el alumno debe establecer conexiones entre el conocimiento nuevo y los ya existentes en su estructura mental, facilitadas por la mediación de profesores, padres o representantes y compañeros de estudio.

Así mismo, el aprendizaje geométrico es situado, ocurriendo específicamente en la geometría, con propósitos particulares, extendiéndolo con incertidumbre en ambientes no familiares y sobre un conocimiento geométrico distribuido, el cual no reside exclusivamente en la mente del estudiante, sino que emerge de su propia perspectiva de la geometría, de la de los otros, de la información derivada de ellos y de los recursos técnicos disponibles (Gardner, 1999).

Un rasgo fundamental del aprendizaje geométrico es su carácter activo y la regulación de factores complementarios como la motivación, las creencias, el conocimiento geométrico previo, las interacciones, la nueva información, las habilidades y estrategias.

Este carácter activo tiene implicaciones en el estudiante como la formulación de metas, la organización del conocimiento geométrico, la construcción de significado y la utilización de estrategias.

Para identificar los procesos involucrados en el acto del aprendizaje geométrico, existen varias propuestas de diversos autores, quienes no se han puesto de acuerdo dada la complejidad del proceso. En este sentido, Beltrán (1996) propone los siguientes procesos que, según su juicio, representan los sucesos internos presentes en el acto del aprendizaje: sensibilización, atención, adquisición, personalización, recuperación y transferencia. La evaluación también la concibe Beltrán dentro del proceso de aprendizaje.

Sensibilización

Con la sensibilización se inicia el proceso del aprendizaje geométrico, en el cual el estudiante siente o percibe con los sentidos la nueva información. El mismo está conformado por tres subprocesos: la motivación, el afecto y las actitudes.

La Motivación. Con la cual el estudiante, al inicio del proceso de aprendizaje, manifiesta ciertas expectativas con el fin de producir sentimientos positivos hacia el proceso. Brophy y Everton (1976) describen la motivación del alumno para aprender como:

... la tendencia de un estudiante a encontrar actividades académicas significativas y valiosas y a tratar de derivar de éstas los beneficios académicos que se pretenden. La motivación para aprender puede construirse en forma de una cualidad general como a manera de un estado específico en una situación (p. 205).

La motivación consiste en planificar, concentrarse, tomar conciencia de lo que se pretende aprender y cómo aprenderlo, curiosear, percibir con claridad, entre otros elementos; lo que requiere un esfuerzo mental por parte del estudiante. En geometría es usual que para lograr la motivación inicial, conducente a su aprendizaje, se sugieren establecer relaciones concretas entre el ambiente y elementos geométricos, además de hacer gráficas, dibujos o modelos de representación visual o esquemática a partir de los elementos claves que se encuentran en la información recibida.

Las características óptimas de la motivación para aprender geometría se fundamentarían en las necesidades, intereses, curiosidad y deleite del estudiante sobre la misma; y en la satisfacción al superar, de manera controlada, desafíos geométricos.

En este sentido, el alumno, al motivarse para aprender geometría con placer, tiende a trabajar más fuerte, ser persistente, estar estimulado para enfrentar obstáculos y a aprender sin necesidad de presiones; lo que sugiere al profesor esforzarse en estimular fundamentalmente los factores intrínsecos del estudiante en función de desarrollar un proceso dialéctico entre la diversión y el esfuerzo; por ejemplo, la manipulación de diversos sólidos geométricos despierta una alta motivación en los estudiantes para visualizar y entender las superficies en revolución.

El Afecto. En cuanto al afecto, a través de la realización de actividades mediante la interacción en grupos de estudiantes y con el profesor, se disminuye la ansiedad de cada estudiante, así como evitar que

estudiantes ansiosos sean obligados a exponer sus ideas frente a una clase numerosa. El profesor debe orientar el aprendizaje geométrico en función de una planificación perfectamente conocida por los estudiantes, en donde las instrucciones y reglas estén bien claras. Por su parte, para evaluar el aprendizaje geométrico se deben proponer diversas modalidades que permitan a cada estudiante desarrollar sus habilidades y destrezas de acuerdo a su estilo cognitivo estratégico, lo que se traduce en un mínimo de ansiedad por la posibilidad que ofrece el profesor, de acuerdo a las diferencias individuales de cada uno de sus estudiantes, para que cada cual se adapte de manera natural al proceso de evaluación del aprendizaje geométrico.

Las Actitudes. Sean cognitivas, afectivas o conductuales, pueden facilitar o no el proceso de aprendizaje geométrico si ellas son positivas o no, respectivamente.

El aspecto cognitivo pertenece a las ideas o proposiciones que expresan la relación que hay entre las situaciones y los objetos de las actitudes, por ejemplo, en geometría es usual oír a los estudiantes, después de leer el enunciado de un problema altamente elaborado de la geometría plana, la siguiente pregunta “¿por dónde empiezo?”.

El aspecto afectivo se relaciona con la emoción o sentimiento que acompaña a la idea; por ejemplo, cuando el alumno manifiesta su gusto o disgusto por la geometría, fastidio o diversión, aceptación o rechazo.

El aspecto conductual pertenece a la predisposición o presteza para la acción; es decir, refiere al comportamiento social del alumno, el cual está determinado en gran medida por la situación que enfrenta. Un ejemplo es la actitud del alumno cuando emprende la demostración de un teorema geométrico donde hay que usar un proceso de su agrado o no.

Atención

Al sensibilizarse el estudiante al inicio del proceso de aprendizaje geométrico, se emprende la atención sobre la información recibida, para lo cual se utilizan, de alguna manera, «filtros» que pretenden seleccionar lo que le interesa procesar al estudiante, además de

la calidad y la relevancia como llega. La sensibilización se aplica a un determinado aspecto de la realidad, prescindiendo de los demás, como mecanismo para activar la atención y el pensamiento consciente sobre la información seleccionada.

Si el estudiante puede aprender con sólo la observación sostenida sobre el conocimiento geométrico o sobre el profesor, otros estudiantes, padres o hermanos mayores, él necesita fundamentalmente concentrar su atención en la acción de las personas además de los objetos producidos por ellos. Un ejemplo ilustrativo es el siguiente: una maestra dibuja en la pizarra un triángulo isósceles y uno escaleno y pregunta seguidamente a los niños ¿existe otro tipo de triángulo?; los niños responden «el equilátero». De esta manera, los alumnos aprenden a clasificar los triángulos en función de la medida de los lados, observando a la maestra y la pizarra, prestando atención a los triángulos y a la pregunta.

El profesor debe, en consecuencia, incentivar el desarrollo de la atención alentando a los alumnos a explorar, buscar desafíos e invertir esfuerzos. De lo contrario, los alumnos sólo aprenderán habilidades de pensamiento geométrico de manera automática, sin posibilidad de transferirlas a situaciones nuevas en el mismo contexto.

Adquisición

Para la adquisición de aprendizaje geométrico se destacan tres subprocesos: comprensión, retención y transformación.

Comprensión: La selección o codificación selectiva permite al alumno incorporar material informativo de interés, dándole sentido e interpretación significativa al material para su comprensión, por medio de lo cual la información nueva se estructura y organiza coherentemente y conectándose de manera individual con la información previa. Comprender es, pues, generar un significado para el conocimiento que se va a construir. Según Kinstch y Van Dijk (1983), la comprensión implica la construcción de una macroestructura, sintetizando el contenido nuevo y el conocimiento ya existente.

Por su parte, Gardner (1993) define la comprensión

como:

La capacidad de adquirir conocimientos, aptitudes y conceptos y aplicarlos en forma adecuada en nuevas situaciones. Si alguien sólo repite cuando se le enseña, no sabemos si el individuo comprende. Si una persona aplica el conocimiento en forma promiscua, sin que tenga importancia si es apropiado, entonces yo no diría que comprende ... Pero si la persona sabe dónde aplicar y dónde no aplicar los conocimientos y puede hacerlo en situaciones nuevas, entonces comprende (p. 2).

Por su parte, los teóricos de la psicología sociohistórica (Vygotsky, Luria, Leóntiev, Rubinshtéin, Galperin, Talízina y otros) señalan que la etapa de comprensión de los conocimientos no puede verse separada de la etapa de la comprensión de la actividad. Talízina (1988) agrega:

Los conocimientos como imágenes de los objetos, fenómenos, acciones, etc., del mundo material nunca existen en la cabeza del hombre fuera de alguna actividad, fuera de algunas acciones... La calidad de los conocimientos se determina por el carácter de la actividad que se utiliza para su asimilación: puede ser tanto adecuada a estos conocimientos como no adecuada a ellos... Nunca se pueden dar los conocimientos en forma ya preparada: siempre se asimilan a través de su inclusión en una u otra actividad... Es inútil esperar, por ejemplo, que se forme un pensamiento matemático para empezar a enseñar las matemáticas, ya que sólo la enseñanza de las matemáticas conduce al desarrollo del pensamiento matemático. (pp. 134-135).

En este sentido, para desarrollar la comprensión geométrica, en muchos aspectos es fundamental visualizar los conocimientos de manera práctica y concreta. Por ejemplo, no basta, a partir de ejercicios planteados en los libros, calcular áreas, volúmenes, ángulos y gradientes, entre otros conocimientos, para su plena comprensión si no se considera su relación con el mundo real. Específicamente, una medida de volumen perfectamente calculable, debe estar relacionada necesariamente con la capacidad real de un objeto tridimensional, para su cabal entendimiento.

Para facilitar la comprensión se establecen tres

estrategias básicas: la selección; la organización; y la elaboración.

*La selección (codificación selectiva en términos de Sternberg, 1986) separa el material más relevante, acercando el alumno a la comprensión de su significado. Si no logra esta separación el alumno podría estar aprendiendo mecánicamente y de manera reproductiva. Hamilton (1985) afirma que en aprendizajes de principios y conceptos, las metas de aprendizaje como estrategia de selección relevante, constituidas éstas por menciones generales de temas que hay que aprender, producen efectos altamente consistentes.

Las técnicas más utilizadas, para activar y desarrollar la estrategia de selección, son el subrayado, el resumen, el esquema y la extracción de la idea principal.

*La estrategia de organización permite el establecimiento coherente de conexiones entre los contenidos informativos para su estructuración interna. Una forma de organizar la información geométrica es, por ejemplo, clasificar los cuadriláteros en trapecios y paralelogramos, y estos últimos en rectángulos y rombos (el cuadrado es un rectángulo en forma de rombo) de esta manera, el alumno probablemente tenga una visión más clara de estos polígonos y, por ende, una mejor comprensión del concepto cuadrilátero.

Otra forma de organizar la información es semánticamente, por ejemplo, categorizar una lista de elementos geométricos dispares como recta, cubo, curva, tetraedro, circunferencia, cilindro, etc. Agrupándolos como recta, curva, circunferencia, por una parte; y cubo, tetraedro, cilindro, por la otra, se facilita el recuerdo al comprender el tipo de categorización utilizada.

Las técnicas más usadas en la actualidad para organizar la información son: la red semántica (Danserau, 1978), el análisis de contenido estructural (Thondike, 1977; Meyer, 1975; Santa, 1977; Bloom, 1956), técnicas espaciales (Reigeluth y Stein, 1983; Armbruster y otros, 1987), árboles organizados (Naveh-Benjamin y Mc Keachi, 1986), mapas semánticos (Heimlich y Pittelman, 1990), mapas conceptuales y V de Gowin (Novak y Gowin, 1984), y el conocimiento como diseño (Perkins, 1987).

*La elaboración, como una forma de ensayo, establece conexiones externas entre el conocimiento recién construido y el conocimiento existente, permitiendo así la construcción de proposiciones, imágenes y esquemas (conocimiento declarativo) Es decir, se construye una comprensión de la nueva información con el objeto de modificar los conocimientos existentes en el proceso.

La estrategia de elaboración se aplica eficientemente en el aprendizaje por pares asociados, por ejemplo, relacionar el cubo con un dado, el cilindro con un tubo, el tetraedro con una pirámide, lo cual permite recuperar con mayor facilidad la información elaborada con cierta anterioridad.

Las técnicas de elaboración mejor conocidas son la interrogación, el uso de metáforas y analogías y los procedimientos mnemotécnicos.

La interrogación, a diferencia de la instrucción, proporciona un medio de aprendizaje con ayuda que es distinto y valioso. La interrogación pide explícitamente una respuesta lingüística y cognitiva: provoca creaciones de parte del estudiante. Sin embargo, no todas las preguntas ayudan al aprendizaje, se deben diferenciar las que ayudan de las que meramente evalúan. La pregunta de ayuda se hace para producir una operación mental que el estudiante no puede o no quiere producir solo; por el contrario, la pregunta de evaluación se hace para averiguar el nivel de capacidad del alumno para desempeñarse sin ayuda.

Las metáforas y las analogías, por su parte, permiten transferir el conocimiento previo a otro tema. Las metáforas escogidas adecuadamente, que sustituyen la explicación literal, ayudan al procesamiento intelectual conllevando más significados cognitivos y afectivos. Un ejemplo referido al conocimiento geométrico declarativo es: «obtener una sección cónica es como picar un lonja de queso en forma de cono y observar el borde» y uno referido al conocimiento geométrico procedimental es «demostrar un teorema geométrico es como coser un dibujo sobre una tela».

Los procedimientos mnemotécnicos se refieren a: (a) frases rítmicas o en rima, por ejemplo la

clasificación de los poliedros: «tetraedro es Pedro, cubo es un tubo», etc.; (b) objetos ubicados en un espacio determinado: «el tetraedro encima de la mesa, el cubo bajo la cama», etc.; (c) enrollados de conceptos: «el tetraedro dentro del cubo, el cubo dentro del octaedro», etc.; (d) historias: «el tetraedro se enamoró del cubo y el octaedro se puso celoso», etc.; (e) las primeras letras: «t, c y o se asocian con tetraedro, cubo y octaedro»; (f) el método keyword: «en la palabra tetraedro identificar y extraer las letras «trae» y asociarlo con la acción de traer»; (g) el método yodai: «el cubo es un cuarto sin ventanas, el tetraedro una pirámide», etc.; (h) las imágenes: «ejemplos de tetraedros se encuentran cerca de El Cairo en Egipto»; (i) los organizadores previos (Ausubel, 1960); y (j) la activación de esquemas o puentes entre proposiciones: «el tetraedro tiene menos caras que el cubo».

Retención. Como subproceso de la adquisición, la retención permite mantener la información de manera consciente, en la memoria a corto plazo, entendida comúnmente ésta como la memoria de trabajo que mantiene una cantidad limitada de información durante un período breve de tiempo.

La retención para alcanzar una alta activación de memoria a corto plazo se puede lograr a través varias estrategias, las cuales según Meyer (1975), se pueden identificar en seis clases: (a) el repaso verbal de mensajes, que mantiene el material, palabra por palabra, en un circuito permanente en la memoria (por ejemplo, repetir en la mente la clasificación de los triángulos); (b) el repaso sustancial de mensajes, que implica la repetición de la esencia de un mensaje contenido en una proposición (por ejemplo, el que un alumno repita el enunciado del teorema de Pitágoras con sus propias palabras); (c) el repaso verbal de palabras de contenido, con el cual se destacan palabras de un texto para su retención (por ejemplo, es usual que todo artículo de investigación para revistas especializadas se inicie con un resumen, pero hay ocasiones en que seguidamente aparece el resumen de las palabras claves extraídas del mismo, con el propósito de retener en el lector la esencia del artículo); (d) el repaso sustancial de palabras de contenido, el cual consiste en repetir palabras de un texto en otro contexto o pasaje entrante nuevo (por ejemplo, «el volumen de un cilindro semiabierto

(cualquier vaso es un cilindro semiabierto) se calcula...»); (e) el repaso detallado de mensajes, es decir repetir el mensaje de una proposición con mayor uso de detalle (por ejemplo, «enunciar el teorema del coseno: $c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.Cos a$ », y posteriormente repetir lo mismo pero en forma detallada «la medida, al cuadrado, del lado de un triángulo es igual a ...»); y (f) la referencia implícita, con la cual se repiten los atributos de un concepto al ser aplicado en un contexto (por ejemplo, «un triángulo isósceles es aquel que consiste de *dos lados con igual medida*» y posteriormente argumentar «los postes de un columpio tienen la misma medida, y asemejan dos lados que con el suelo conforman un triángulo isósceles»).

Transformación. Por su parte, la transformación explica la evolución del conocimiento al sufrir diversas modificaciones al transcurrir el tiempo y de acuerdo a los nuevos actos de aprendizaje que enfrenta el estudiante. Piaget llama acomodación a este proceso de transformación. En otras palabras, la transformación ocurre cuando un alumno modifica esquemas ampliando los existentes para responder a una nueva situación. Por ejemplo, el esquema construido por un alumno para reconocer los triángulos se transforma para identificar triángulos equiláteros.

Marzano (1991) ha identificado dos grupos de actividades en esta modificación de esquemas: macroprocesos y microprocesos de transformación, que pudieran representar técnicas para mantener el conocimiento en la memoria.

Entre los macroprocesos están: (a) la toma de decisiones, como conocimiento declarativo reestructurado (selección de un teorema geométrico de integración de dos semejantes, aparentemente); (b) la solución de problemas, como conocimiento procedimental reestructurado (formas creativas de resolver un mismo problema geométrico); (c) la indagación científica, como conocimiento declarativo reestructurado en forma de nuevos conceptos y principios (deducir las ecuaciones básicas de las secciones cónicas utilizando procedimientos geométricos, también se puede hacer utilizando el álgebra vectorial) o como conocimiento procedimental en forma de heurísticos o algoritmos para metas relacionadas con un mismo evento (utilizar varios métodos para resolver el mismo problema

geométrico); y (d) la composición, producción de conocimiento declarativo (un nuevo teorema geométrico) o procedimental (demostrar del quinto postulado de Euclides o postulado de las paralelas (300 A.C.) es equivalente a demostrar el postulado paralelo de Hilbert (siglo XIX)).

Algunos microprocesos son: (a) la categorización (comparar o clasificar rectángulos); (b) la inferencia (plantear hipótesis geométricas), (c) la verificación (detectar errores geométricos), y (d) la ampliación (extrapolar medidas geométricas).

Personalización

En este proceso el estudiante asume la plena responsabilidad del aprendizaje geométrico, asegurando su validez y pertinencia de los conocimientos construidos. La personalización está relacionada con las disposiciones que favorecen la activación del pensamiento crítico, creativo y reflexivo; dando lugar, éste último aunado a la planificación, regulación y evaluación del proceso de aprendizaje, a la metacognición como control consciente de la construcción de dichos conocimientos.

Pensamiento Crítico. Hace referencia a un permanente diálogo intrínseco que elabora, organiza y desarrolla competencias, prácticas y técnicas a través de procesos antagónicos. El pensamiento geométrico crítico navega entre las deducciones y las inducciones, entre el objetivismo y el subjetivismo, entre la lógica y la intuición, entre lo abstracto y lo concreto; para así establecer competencias y prácticas específicas.

Pensamiento Creativo. Como una de las más altas funciones cognitivas, el pensamiento creativo es individual o grupal con una connotación de potencia organizadora sintética hacia la concepción de nuevas ideas, modelos y teorías modificando los principios y reglas que las gobiernan. La historia de la geometría es prolífica en ejemplos, como la creación de un lenguaje muy particular, el simbolismo, notación y graficación, las figuras planas y los sólidos, los teoremas y sus demostraciones geométricos, los famosos problemas griegos (la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo, la trisección del ángulo, la colección palatina) entre otros, y los problemas recreativos; configurando, esta área del conocimiento,

una de las creaciones más notable y significativa del hombre.

El pensamiento creativo presenta diferentes modelos: inspirativo, intencional, accidental, sobresaliente, para lo cual existen varias técnicas para desarrollarlos tales como la interacción entre alumnos, y entre alumno y profesor, la lluvia de ideas, el juego constructivo, la fantasía y el estímulo a la invención, la divergencia y al desacuerdo; entre otras.

Pensamiento Reflexivo o Metacognitivo. El pensamiento reflexivo o metacognitivo, se entiende como la cognición sobre la cognición, que supone dos componentes básicos: la conciencia y el control; sin embargo, Mayor y otros (1995) incorporan un tercer componente a través del cual la actividad metacognitiva lleva a cabo la articulación entre el cierre y la apertura, y que denominaron autopoiesis, un proceso donde la metacognición se construye a sí misma a través de la reflexión dialéctica, recursiva y retroalimentativa.

Referido al aprendizaje geométrico, la metacognición se diversifica desde la metageometría al metalenguaje y la metacomunicación, pasando por la metarrepresentación, la metaatención, la metamemoria, etc.; lo que conduciría a plantear la necesidad de que el alumno aprenda a aprender geometría y aprenda a pensar geoméricamente para lograr la reflexividad, la autoconciencia y el autocontrol sobre esta subárea de la matemática.

Para aprender a aprender geometría y aprender a pensar geoméricamente existen diversas estrategias metacognitivas tales como la planificación (identificar la situación problemática, por ejemplo elaborar un dibujo ilustrativo de un problema geométrico real planteado verbalmente; autopreguntas secuenciales, por ejemplo repetir instrucciones para hacer explícitas las relaciones geométricas inherentes en el problema anterior) la regulación (mantener la atención, por ejemplo plantearse preguntas y respuestas sobre el problema geométrico para la retroalimentación constante; expresar reglas, por ejemplo solicitar al alumno que se detenga periódicamente y vea secuencialmente la tarea geométrica con miras a su solución y la evaluación (identificar errores cometidos, por ejemplo verificar los cálculos geométricos); y el autorrefuerzo, por ejemplo evaluar los resultados

obtenidos en función de lograr una solución lógica, pertinente y coherente con el problema real planteado inicialmente.

Recuperación

Para recuperar la información en el pensamiento consciente, previamente organizada y categorizada o elaborada, se evocan las categorías aprendidas que funcionan como criterios organizativos utilizados en su oportunidad. En otras palabras, en la medida que la información es comprendida, a través de su apropiada selección, organización y elaboración, en la misma medida ella es recuperable y colocada en la conciencia.

El proceso de recuperación presenta dos momentos: examinar los conocimientos geométricos construidos y retenidos en la memoria para recuperar la información deseada y decidir cual es la aceptable para realizar la tarea o la acción requerida.

La búsqueda en la memoria comienza con la activación selectiva de claves semánticas utilizadas en el proceso de elaboración; por ejemplo, recordar la clasificación de los triángulos puede ser referencia para recordar lo que caracteriza a un triángulo.

Para esta recuperación selectiva existen dos estrategias, según Flammer y Luthi (1988): (a) la de la huella, con la cual el individuo evoca claves siguiendo serialmente un patrón de referencia, por ejemplo para recordar la fórmula del área de una superficie en particular, un alumno recurre a las letras del abecedario ordenadamente; y (b) la estrategia de elección, que no es más que evocar claves ajustadas a un criterio; en el ejemplo anterior, a otro alumno lo primero que recuerda es la siguiente fórmula $A = b.h/2$ reconociendo que es la que corresponde al área de un triángulo, pero que no es la que se le pide, y así continúa.

Por su parte, el proceso de decisión permite al individuo evaluar la información recuperada en función de su utilidad para resolver una situación en particular; lo que ocurre justamente en el último ejemplo con el alumno que va descartando fórmulas de áreas.

Transferencia

El proceso de «transferencia» se refiere a la

generalización que permite responder no sólo a la información original que se aprende sino a otras informaciones semejantes y cónsonas con dicha información.

Según Gagné (1965), la transferencia es vertical o lateral. En el primer caso, el alumno es capaz de aprender resultados semejantes pero de mayor complejidad, las habilidades adquiridas en una situación se transfieren a otra más compleja, usualmente en la misma área del conocimiento; por ejemplo, calcular las medidas de los lados de un rectángulo y calcular las mismas medidas para conocer las dimensiones de una cancha de basketbol. La transferencia lateral la concibe Gagné como la capacidad del alumno de ejecutar una tarea diferente, pero semejante y del mismo nivel de complejidad que la ya aprendida; por ejemplo, resolver un ejercicio geométrico abstracto y después resolver un problema parecido para resolver un problema real.

Sin embargo, hay que acotar que los alumnos con frecuencia no transfieren el conocimiento geométrico a nuevas situaciones ni utilizan las estrategias aprendidas (Thomas y Rowher, 1986); así como tampoco aplican el conocimiento geométrico aprendido en la escuela a situaciones de la vida real (Perkins, 1987). En todo caso, la posible transferencia del conocimiento geométrico depende del proceso de recuperación, el cual es interpretado por el alumno de acuerdo a un sistema de categorización para percibir la nueva situación que está en constante evolución en lo individual como en lo cultural.

Además, las razones que pudieran impedir la transferencia serían de carácter cognitivo (dificultades de recuperación, aplicación de estrategias inadecuadas); motivacional (baja autoestima, actitud al fracaso inevitable) o personal (incorrecta elaboración de claves, superficialidad temática). Por lo que las estrategias para enseñar la transferencia estarían ubicadas fundamentalmente en el autoconcepto y el autocontrol.

La Evaluación del Aprendizaje Geométrico

El estudiante, una vez comprenda la concepción de la geometría y su estructura, así como los procesos de aprendizaje propios de ella, emprenderá un proceso metacognitivo, asumiendo las estrategias más

apropiadas a su estilo cognitivo, para evaluar el aprendizaje geométrico y definir, luego, las estrategias, métodos y técnicas más adecuadas.

En este sentido, el profesor debe mediar entre el aprendizaje geométrico de cada estudiante y su evaluación, orientándolo a escoger su propia estrategia, método y técnica, para lo cual pudiera recurrir al siguiente cuadro.

El procedimiento es sencillo, el profesor muestra una gama variada de posibilidades e induce al

estudiante a rellenar sin exhaustividad el cuadro, cruzando el tipo específico de conocimiento geométrico y el aprendizaje correspondiente, seleccionando aquella estrategia, método y técnica que sea de su agrado y se adapte a su experiencia de evaluación.

Conocimiento Geométrico

Conocimiento Declarativo	Conocimiento Procedimental	Conocimiento Estratégico	Conocimiento Metacognitivo
Sensibilización			
Atención			
Adquisición			
Personalización			
Recuperación			
Transferencia			

Las estrategias, métodos y técnicas para evaluar el aprendizaje geométrico variarían de acuerdo al proceso de aprendizaje inherente.

Evaluación de la Sensibilización Geométrica

Para la sensibilización o expectativa hacia la geometría, existen las siguientes estrategias, métodos y técnicas de evaluación, entre otras: auto-observar la curiosidad, el entusiasmo y la participación activa a través instrumentos de autocontrol, valorando el autoaprendizaje, el disfrute por la adquisición del conocimiento geométrico y la responsabilidad.

De igual manera, el estudiante debe evaluar la creatividad y las actitudes cognitivas, afectivas y conductuales a través de la auto-observación, valorando, esta vez, los aciertos y las habilidades.

El estudiante, en esta fase del aprendizaje geométrico, se pudiera apoyar en grabaciones de video o audio; así como en la opinión de otros, manifestada verbalmente o por escrito.

Evaluación de la Atención Geométrica

Para la atención, son fundamental en las expectativas manifiestas, el conocimiento sobre la tarea y la concentración, para lo cual el estudiante debe ejercer un autocontrol sobre la exploración, la clasificación y la fragmentación de la información, de manera que pueda filtrar el mensaje relevante, procesarla globalmente y seleccionar los adecuados mecanismos referidos a las exigencias de la geometría.

En esta fase, el estudiante debe llevar un proceso

sistemático de autoevaluación que le permita abordar los elementos antes referidos, para lo cual pudiera utilizar, por ejemplo, un instrumento previamente elaborado que guíe la evaluación; dependiendo, claro está, del tipo de conocimiento geométrico en proceso de aprendizaje.

Evaluación de la Adquisición Geométrica

La comprensión del conocimiento geométrico se evidencia a través de los procesos de selección, organización y elaboración. En consecuencia, el estudiante debe evaluar el aprendizaje geométrico a través de la precisión en el dibujo, en la resolución del ejercicio o problema geométrico, o en la demostración de un teorema. Las técnicas disponibles contemplan, entre otras, el mapa conceptual, la red semántica, árboles y la V. de Gowin, las cuales se adaptan bien a la evaluación de la comprensión del conocimiento geométrico.

Por su parte, para evaluar la retención de este conocimiento es importante que el estudiante se escuche a sí mismo en el desarrollo del discurso geométrico, autopreguntándose, autorespondiéndose y parafraseando las frases y oraciones, para lo cual la grabación de audio es sumamente útil.

De igual manera, para evaluar la transformación del conocimiento geométrico, el estudiante debe asumir pleno control sobre el reto que representa crear nuevas alternativas o caminos, utilizar otros teoremas o métodos, comparar, deducir e inducir, confirmar ideas, detectar errores y razonar lógica y deductivamente.

Evaluación de la Personalización Geométrica

Esta evaluación se orienta a conocer el alcance del pensamiento geométrico en el estudiante, sea este crítico, creativo o metacognitivo.

Para el pensamiento crítico, el estudiante se autoevalúa en cómo se centra en el dibujo, así como en los ejercicios, problemas y demostración de teoremas geométricos, analizando trazos, argumentos y formulándose preguntas sobre la clarificación de estos últimos.

De la misma manera, debe evaluar la veracidad de las fuentes de información y juzgar los informes

producidos por él mismo; así como las inducciones y deducciones axiomáticas propias de la geometría.

Para el pensamiento creativo, es fundamental que el estudiante observe detenidamente la interacción en el aula y evaluar su participación, preguntándose de manera permanente sobre las posibles alternativas de respuesta a las preguntas, ejercicios y problemas geométricos planteados, así como en la demostración de teoremas geométricos.

El pensamiento metacognitivo refiere a la reflexión por parte del estudiante en su compromiso y constancia sobre la tarea, la manera cómo la planifica y autorregula el proceso de ejecución, para finalmente, evaluar las metas alcanzadas.

En síntesis, evaluar el pensamiento geométrico es bastante complejo para el estudiante, ya que implica desarrollar dos procesos mentales simultáneamente. En este sentido, el trabajo pausado y bajo control permite interrumpir oportunamente la tarea geométrica y poder incorporar el proceso de reflexión y autocrítica, necesario para mejorar la calidad del desempeño.

Evaluación de la Recuperación Geométrica

La búsqueda en la memoria del conocimiento geométrico y decidir la correcta evocación, deben ser evaluadas por el estudiante a través de instrumentos con preguntas activadoras de la memoria, mantenidas a lo largo de la ejecución de la tarea geométrica.

En este sentido, el estudiante debe establecer criterios para reconocer la información geométrica recuperada, que le permitan dar respuestas pertinentes y de calidad.

Evaluación de la Transferencia Geométrica

Para la evaluación de la transferencia geométrica, el estudiante debe estar consciente de poder integrar el aprendizaje geométrico, a través del autocontrol y la autorreferencia, destacando las ideas de generalización y diferenciación y poder, así, realizar tareas geométricas de mayor complejidad.

Este proceso de evaluación implica, a su vez, que el estudiante deba recurrir, conscientemente, al análisis crítico del conocimiento geométrico para conocer la

posibilidad de transferirlo a otras situaciones del mismo conocimiento o a problemas concretos de la vida real.

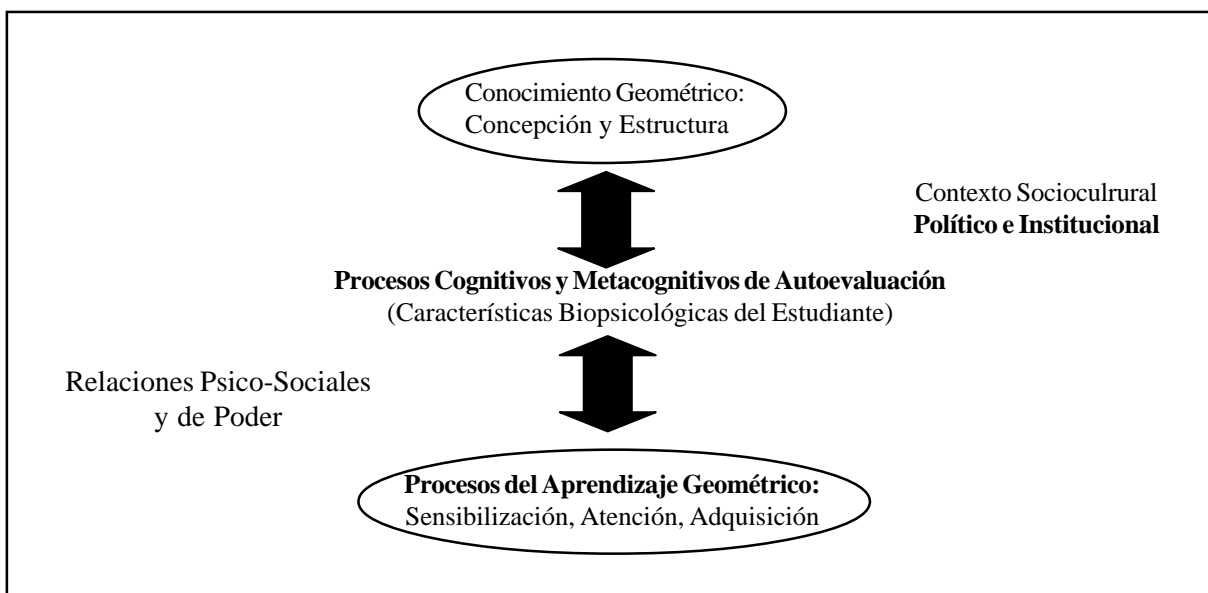
Conclusiones

Con los aportes de la psicología socio-histórica y de la pedagogía crítica, la evaluación del aprendizaje geométrico es, en definitiva, un proceso compartido y centrado en el estudiante, en el cual se toman en consideración, por una parte, las características

propias del estudiante referidas, eminentemente, a lo físico y lo psíquico; la estructura y dinámica de las relaciones psicosociales y de poder; y el contexto. Y por el otro, el conocimiento geométrico, su concepción y estructura. Todo ello en el marco de la existencia de interrelaciones entre este conocimiento geométrico y su proceso de aprendizaje.

El siguiente gráfico permite visualizar los elementos que conforman el proceso de evaluación del aprendizaje geométrico centrado en el estudiante y sus relaciones:

La Evaluación del Aprendizaje Geométrico Centrada en el Estudiante



De esta manera, el estudiante evalúa su aprendizaje geométrico, en sus diferentes fases, de manera compartida ya que por la complejidad del proceso resulta imposible desarrollarlo individualmente. El papel del profesor, como mediador

del proceso, es fundamental al orientar las estrategias más acordes con los intereses del alumno y con el estilo cognitivo y metacognitivo, además de las sugeridas por los condiscípulos y otros.

REFERENCIAS

- Armbruster, B. B. y otros (1987). "Does text structure/ summarization instruction facilitate learning from expository text?". *Reading Research Quarterly*, 22, 331-346.
- Ausubel, D. P. (1960). The use of advance organizers in the learning and retention of meaning-full verbal material. *Journal of Educational Psychology*, 51, 267-272.
- Beltrán, J. (1996). *Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje*. Madrid: Síntesis.
- Bloom, B. S. y otros (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook I: Cognitive domain*. Nueva York: Mc Kay.
- Brophy, J. E. y Everton, C. (1976). *Learning from teaching: A developmental perspective*. Boston: Allyn and Bacon.
- Danserau, D. F. (1978). The development of a learning strategy curriculum. En H. F. O'neill: *Learning Strategies*. Nueva York: Academic Press.
- Flammer, R. y Luthi, R. (1988). Strategies in selective recall. En F. E. Weinert y M. Perlmutter: *Memory development*. Hillsdale: Erlbaum.
- Flavell, J. (1976). Speculations about the nature and development of metacognition. En F. Weinert y Kluwe (Eds.), *Metacognition, motivation and understanding*. Hillsdale: Lea.
- Gagné, R. M. (1965). *The conditions of learning*. Nueva York: Holt.
- Gagné, R. M. (1985). *The cognitive psychology of school learning*. Boston: Little Brown.
- Gardner, H. (1993). *Creating minds: An anatomy of the creativity seen through the lives of Freud, Einstein, Picasso, Stravinsky, Graham and Ghandi*. Nueva York: Basic Books.
- Gardner, H. (1999). *The disciplined mind. What all students should understand*. Nueva York: Simon & Schuster.
- Hamilton, R. J. (1985). A framework for the evolution of the effectiveness of adjunct question and objectives. *Review of Educational Research*, 55, 47-85.
- Heimlich, J. E. y Pittelman, S. D. (1990). *Los mapas semánticos*. Madrid: Visor.
- Hillsdale: Erlbaum. Ryle, G. (1949). *The concept of mind*. Londres: Hutchinson's University Library.
- Kintsch, W. Y Van Dijk, T. A. (1978). Towards a model of text comprehension of analytic fieldwork. En R. M. Emerson (Comp.), *Contemporary Fields Research*, 127-148. Boston: Little Brown.
- Marzano, R. J. (1991). Creating an educational paradigm centered on learning through teacher-directed, naturalistic inquiry. En L. Idos y B. J. Jones: *Educational values and cognitive instruction*. Hillsdale: Erlbaum.
- Mayor, J. y otros (1995). *Estrategias metacognitivas. Aprender a aprender y aprender a pensar*. Madrid: Síntesis.
- Meyer, B. J. (1975). *The organization of prose and its effects on memory*. Amsterdam: North-Holland.
- Naveh-Benjamin, M. y McKeachie, W. J. (1986). Inferring students cognitive structures and their development using the ordered tree technique. *Journal of Educational Psychology*, 78, 130-140.
- Novak, J. D. y Gowin, D. B. (1984). *Learning to learn*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Perkins, D. (1987). Knowledge as design: Teaching thinking through content. En J. B. Baron y R. J. Sternberg: *Teaching thinking skills: Theory and practice*. Nueva York: Freeman.

- Reigeluth, C. M. y Stein, F. S. (1983). The elaboration theory of instruction. En C. M. Reigeluth: *Instructional-design theories and models: An overview of their current status*. Laurence Erlfann Associates, Inc. 418-427.
- Talizina, N. (1988). *Psicología de la enseñanza*. Moscú: Progreso.
- Thomas, J. W. Y Rhower, W. D. (1986). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Barcelona, España: Ediciones Paidós Ibérica, S.A.
- Santa, J. L. (1977). Spatial transformations of words and pictures. *Journal of Experimental Psychology: Human Learning and Memory*, 3, 77-100.
- Thorndike, P. W. (1977). Cognitive structure in comprehension and memory of narrative discourse. *Cognitive Psychology*, 9, 77-100.